Seminar über „Grundlegende Experimente der Elementarteilchenphysik“ WS 2002/2003

Vortragsthema: Nachweis der Quarks

Von: Gordon Kaußen

Betreuer: Prof. Dr. G. Flügge

14.01.2003

Einführung

- In der Teilchenphysik werden typischerweise *Streuexperimente* durchgeführt.
- Mit Hilfe geeigneter Detektoren werden dabei die Eigenschaften der Teilchen wie Energie, Impuls oder Ladung analysiert.
- Aufgrund der hohen Teilchenenergien können sehr kleine Strukturen aufgelöst werden.
- In diesem Vortrag werden die Konstituenten der Nukleonen, die sogenannten *Partonen*, genauer betrachtet.
- Hierbei spielen die *Tief-inelastische Elektron-Proton-Streuung* und die entsprechenden Experimente am *SLAC* und bei *HERA* eine wichtige Rolle.

Wirkungsquerschnitte

Eine wichtige Messgröße bei Streuexperimenten ist der Wirkungsquerschnitt:

$$d\sigma = \frac{\text{Fluß der unter dem Winkel } \theta \text{ in den Raumwinkel d}\Omega \text{ gestreuten Teilchen}}{\text{einfallender Teilchenfluß}}$$

Je nach betrachteten Teilchen nimmt er unterschiedliche Formen an:

1. Projektil und Target sind punktförmig, haben keinen Spin und das Target ruht ⟹ *Rutherford-Streuformel*:

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} = \frac{\alpha^2}{4p_0^2 \sin^4\frac{\theta}{2}}}$$

2. Das Elektron ist ein Spin ½ Teilchen und das Proton besitzt eine endliche Masse M ⟹ *Mott-Gleichung*:

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \frac{\alpha^2}{4p_0^2 \sin^4\frac{\theta}{2}} \cdot \frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{1+(2p_0/M)\sin^2\frac{\theta}{2}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} \cdot \frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{1+(2p_0/M)\sin^2\frac{\theta}{2}}}$$

3. Das Elektron hat einen Spin und das Proton hat einen Spin

$\Rightarrow$ *Dirac-Wirkungsquerschnitt*:

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Dirac} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} \left(\cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{q^2}{2M^2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)}$$

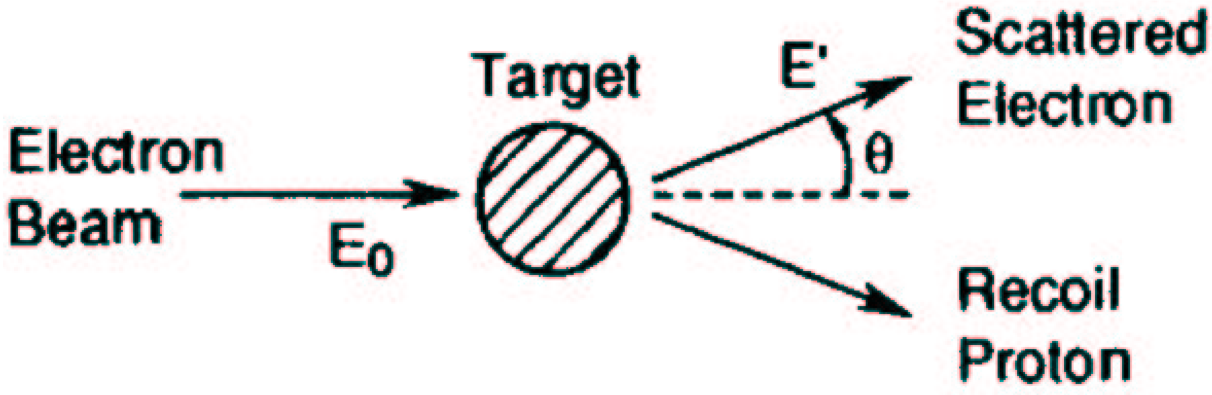
wobei hier $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} = \frac{\alpha^2}{\left(4p_0^2 \sin^4\frac{\theta}{2}\right)\left[1+(2p_0/M)\sin^2\frac{\theta}{2}\right]}$ ist.

4. Das Proton ist kein punktförmiges Teilchen und hat ein anomales magnetisches Moment $\Rightarrow$ *Rosenbluth-Gleichung*:

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rosen} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left\{\left(\frac{G_E^2 + \left(q^2/4M^2\right)G_M^2}{1+\left(q^2/4M^2\right)}\right) + \frac{q^2}{4M^2}\cdot 2G_M^2 \tan^2\frac{\theta}{2}\right\}}$$

Die Struktur des Protons wird jetzt durch die beiden Formfaktoren G_E und G_M beschrieben.

Elastische e$^-$-p-Streuung



Der Viererimpulsübertrag q vom Elektron auf das Proton ist klein!

Seien p_1^e und p_1^p die Viererimpulse von Elektron bzw. Proton vor der Streuung und p_2^e bzw. p_2^p die Viererimpulse nach der Streuung. Dann ergibt sich für den Viererimpulsübertrag q:

$$q^2 = \left(p_1^e - p_2^e\right)^2 = \left(p_2^p - p_1^p\right)^2 = \left(\vec{p}_2^{\,p} - \vec{p}_1^{\,p}\right)^2 - \left(E_2^p - E_1^p\right)^2$$

$$= \left(\vec{p}_2^{\,p} - 0\right)^2 - \left(E_2^p - M\right)^2$$

Mit dem Energieübertrag $\nu = E_2^p - E_1^p = E_2^p - M$ vom Elektron auf das Proton und der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung

$M^2 = E_2^{p\,2} - \vec{p}_2^{\,p\,2}$ folgt schließlich:

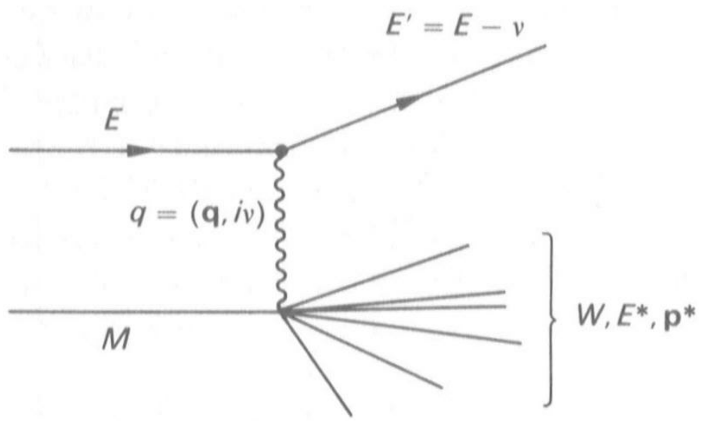
$$q^2 = E_2^{p\,2} - M^2 - E_2^{p\,2} + 2E_2^p M - M^2 = 2E_2^p M - 2M^2$$
$$= 2(\nu + M)M - 2M^2 = 2M\nu + 2M^2 - 2M^2 = 2M\nu$$

$\boxed{\Rightarrow q^2 = 2M\nu}$ bei elastischer Streuung!

<u>Anmerkung:</u> Allgemein gilt für q^2

$$q^2 = (p_1^e - p_2^e)^2 = (\vec{p}_1^{\,e} - \vec{p}_2^{\,e})^2 - (E_1^e - E_2^e)^2 = -m^2 - 2\vec{p}_1^{\,e}\vec{p}_2^{\,e} + 2E_1^e E_2^e - m^2$$
$$= -2m^2 - 2\left|\vec{p}_1^{\,e}\right| \cdot \left|\vec{p}_2^{\,e}\right| \cdot \cos\theta + 2E_1^e E_2^e \approx -2E_1^e E_2^e \cos\theta + 2E_1^e E_2^e$$
$$= 2E_1^e E_2^e (1 - \cos\theta) = 4E_1^e E_2^e \sin^2\frac{\theta}{2}$$

Tief-inelastische e⁻-p-Streuung



Die Energie des einfallenden Elektrons und damit auch der Viererimpuls-übertrag sind groß!

Sei nun $\vec{p}^{\,*}$ der Dreierimpuls, E^* die Energie und W die invariante Masse des hadronischen Endzustandes. Dann ergibt sich für den Viererimpuls-übertrag q:

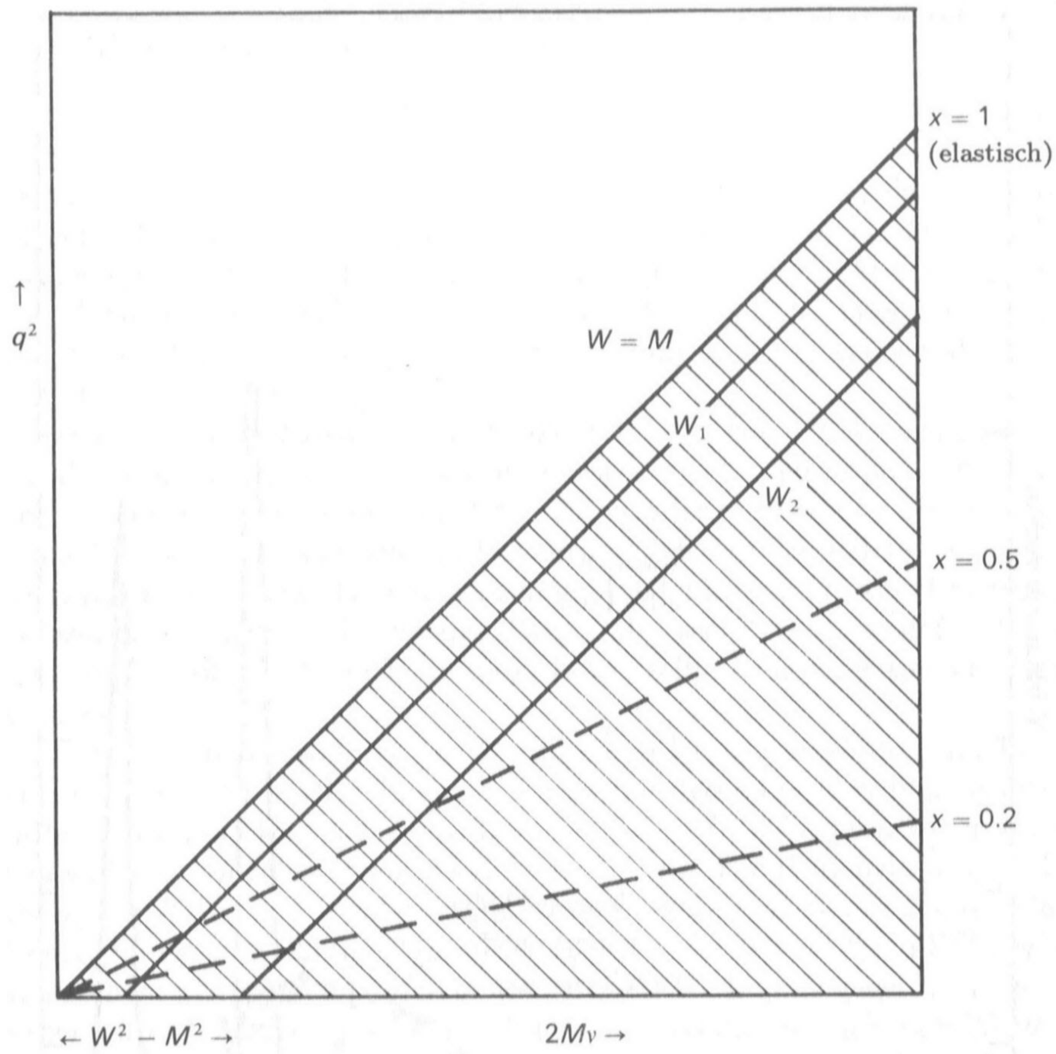
$$q^2 = \left(\vec{p}^{\,*} - \vec{p}_1^{\,p}\right)^2 - \left(E^* - E_1^p\right)^2 = \left(\vec{p}^{\,*} - 0\right)^2 - \left(E^* - M\right)^2$$

Mit $\nu = E^{*} - M$ und $W^{2} = E^{*2} - \vec{p}^{*2}$ erhält man sofort:

$$q^{2} = E^{*2} - W^{2} - E^{*2} + 2E^{*}M - M^{2} = 2E^{*}M - W^{2} - M^{2}$$
$$= 2(\nu + M)M - W^{2} - M^{2} = 2M\nu - W^{2} + M^{2}$$

$$\boxed{\Rightarrow q^{2} = 2M\nu - W^{2} + M^{2}}$$ bei inelastischer Streuung!

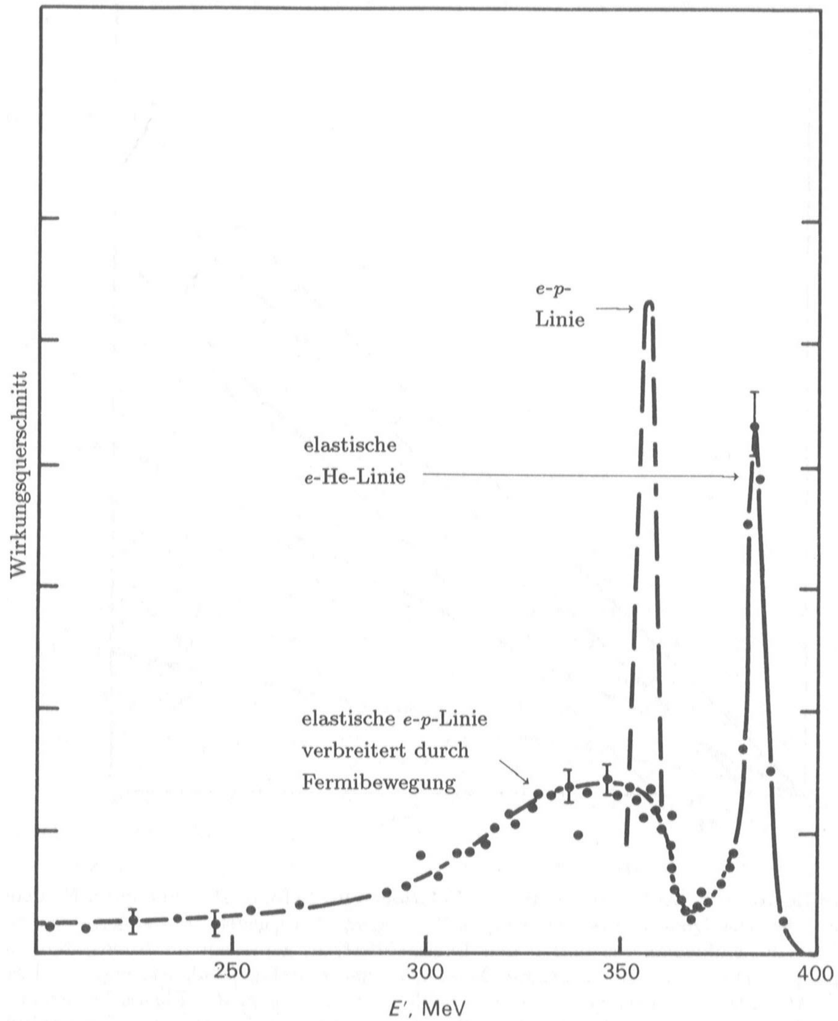
Die Gleichungen zur elastischen bzw. inelastischen Streuung können im Rosenbluth-Diagramm dargestellt werden:

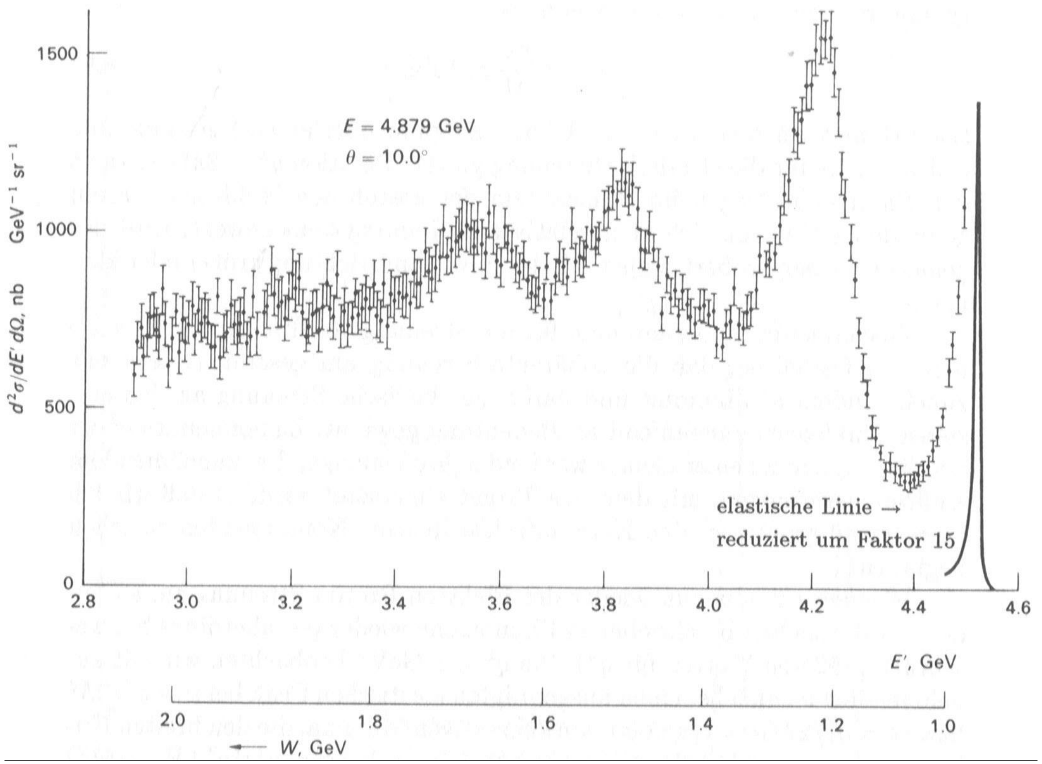


Die Variable x ist durch das Verhältnis $x = \dfrac{q^2}{2M\nu}$, $0 < x < 1$, definiert.

Vergleich von e$^-$-p- und e$^-$-Kern-Streuung

- Für kleine Viererimpulsüberträge q beobachtet man eine starke Überhöhung des Wirkungsquerschnittes bei
$$E' = E - \nu = E - \frac{q^2}{2M_{Kern}}$$
- Bei größeren Werten des Energieübertrags ν, also bei kleinerem E´, findet man ein breites Maximum in der Region $\nu \cong \frac{q^2}{2M_{Nukleon}}$
- Für freie Nukleonen würde man eine scharfe Spitze bei $\nu = \frac{q^2}{2M_{Nukleon}}$ sehen





- Bei kleinen q^2 (großes E`) beobachtet man einen elastischen Peak bei $\nu = \frac{q^2}{2M}$
- Mit zunehmendem q^2 erscheinen weitere Maxima, die den Proton-resonanzen entsprechen
- Steigert man q^2 weiter, so erhält man schließlich ein Kontinuum, was ein Hinweis für die Streuung an Konstituenten des Protons ist

Zur Erinnerung

Formfaktor F=F(q^2) ist Fouriertransformierte der Ladungsverteilung f(**r**):

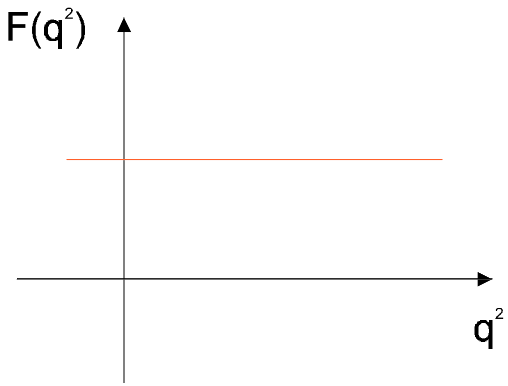
$$F(q^2) = \int e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}\vec{r}} \cdot f(\vec{r}) d^3\vec{r}$$

Sonderfall einer *punktförmigen* Ladungsverteilung $f(\vec{r}) = \delta(\vec{r})$

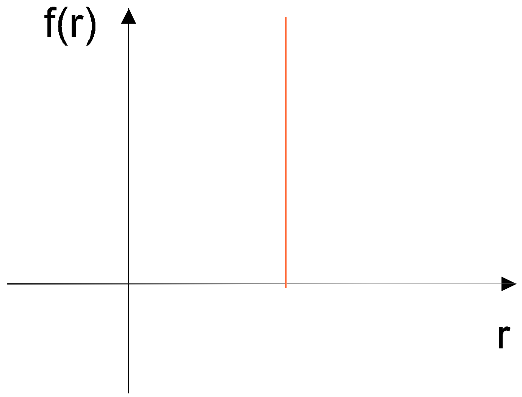
➡ Fourier-Transformierte: $F(q^2) = \int e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}\vec{r}} \cdot \delta(\vec{r}) d^3\vec{r} = 1 = const.$

Ladungsverteilung ergibt sich durch Rücktransformation aus Formfaktor:

$$f(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{q}\vec{r}} \cdot F(q^2) d^3\vec{q}$$



➡



Das Partonmodell

Der Wirkungsquerschnitt für die Tief-inelastische Elektron-Proton-Streuung kann als Funktion von q² und ν geschrieben werden als:

$$\boxed{\frac{d^2\sigma}{dq^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4}\frac{E'}{EM}\left[W_2\left(q^2,\nu\right)\cos^2\frac{\theta}{2} + 2W_1\left(q^2,\nu\right)\sin^2\frac{\theta}{2}\right]}$$

Nun werden folgende Größen eingeführt:

$$F_1\left(q^2,\nu\right) = W_1\left(q^2,\nu\right) \quad , \qquad F_2\left(q^2,\nu\right) = \frac{\nu W_2\left(q^2,\nu\right)}{M} \quad ,$$

$$y = \frac{\nu}{E} \quad , \qquad \frac{E'}{E} = 1 - y \quad , \qquad q^2 = 2MExy$$

Damit wird die obere Gleichung zu:

$$\boxed{\frac{d^2\sigma}{dq^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4}\frac{E'}{E\nu}\left[F_2\left(q^2,\nu\right)\cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{2\nu}{M}F_1\left(q^2,\nu\right)\sin^2\frac{\theta}{2}\right]}$$

Mit den Beziehungen $\cos^2\frac{\theta}{2} = 1 - \frac{q^2}{4EE'} \cong 1$ und $\frac{d\nu}{\nu} = \frac{dx}{x}$ erhält man schließlich:

$$\boxed{\frac{d^2\sigma}{dq^2dx} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4}\left[(1-y)\frac{F_2(x,q^2)}{x} + \frac{y^2}{2}\frac{2xF_1(x,q^2)}{x}\right]}$$

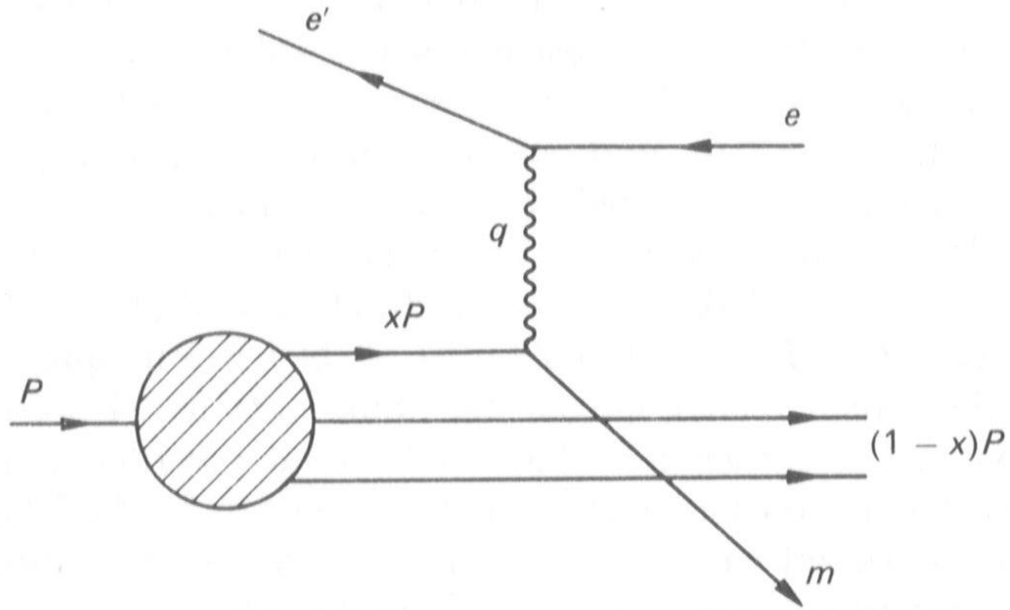
Nach der *Bjorkenschen Hypothese der Skaleninvarianz* gilt nun:

Wenn eine Funktion $F(q^2,\nu)$ im Grenzfall $q^2 \to \infty$ und $\nu \to \infty$ endlich bleibt, kann sie nur von dem dimensionslosen Verhältnis $x = \frac{q^2}{2M\nu}$ der beiden Größen abhängen.

Anders ausgedrückt: Wenn die Elektron-Parton-Streuung eine punktförmige Wechselwirkung ist, dann können F_1 und F_2 nicht von q^2 abhängen, sondern sind lediglich Funktionen von x.

Wie wir später sehen werden, wurde diese Vorhersage in SLAC-Experimenten bestätigt.

Eine physikalische Erklärung der Skaleninvarianz wird durch Feynmans *Parton-Modell* gegeben:



Im „infinite momentum frame" gilt: P=(**p,**iE)=(p,0,0,ip)

Für den Viererimpuls eines Partons der Masse m, das an einem Elektron gestreut worden ist, folgt:

$$(xP+q)^2 = -m^2 \cong 0$$

$$\Rightarrow x^2P^2 + q^2 + 2xPq \cong 0$$

Für $x^2 P^2 = -x^2 M^2 << q^2$ erhält man:

$$\boxed{x = \frac{-q^2}{2Pq} = \frac{q^2}{2M\nu}}$$

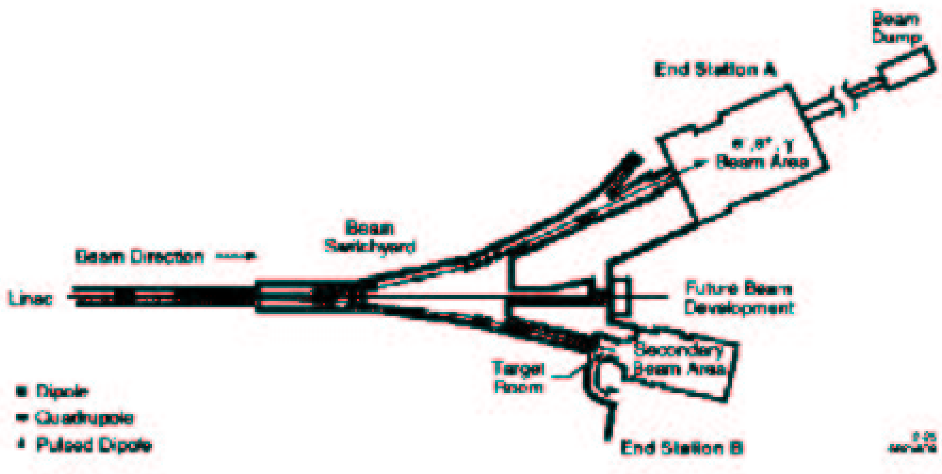
Das invariante Vierer-Skalarprodukt Pq wurde dabei im Laborsystem ausgewertet, d.h. P=(0,0,0,iM) und $q = (\vec{q}, i\nu)$.

Für ein hypothetisches im Laborsystem ruhendes Parton der Masse m wäre bei elastischer Streuung $q^2 = 2m\nu$, so daß sich im Grenzfall $q^2 >> M^2$ für x ergibt:

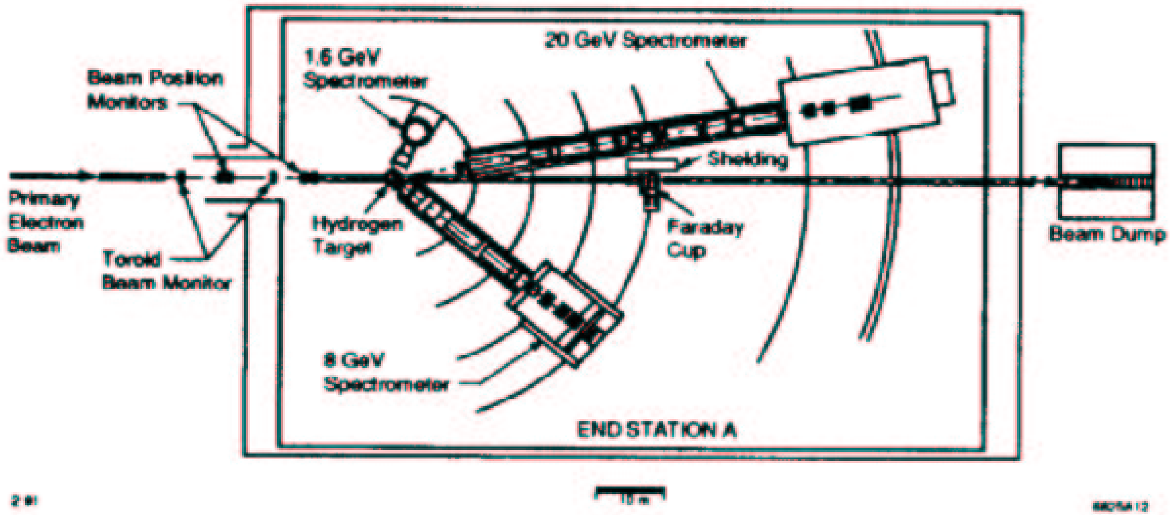
$$\boxed{x = \frac{q^2}{2M\nu} = \frac{2m\nu}{2M\nu} = \frac{m}{M}}$$

Im Laborsystem gibt x also den Bruchteil der Protonenmasse M an, der effektiv von einem Parton getragen wird.

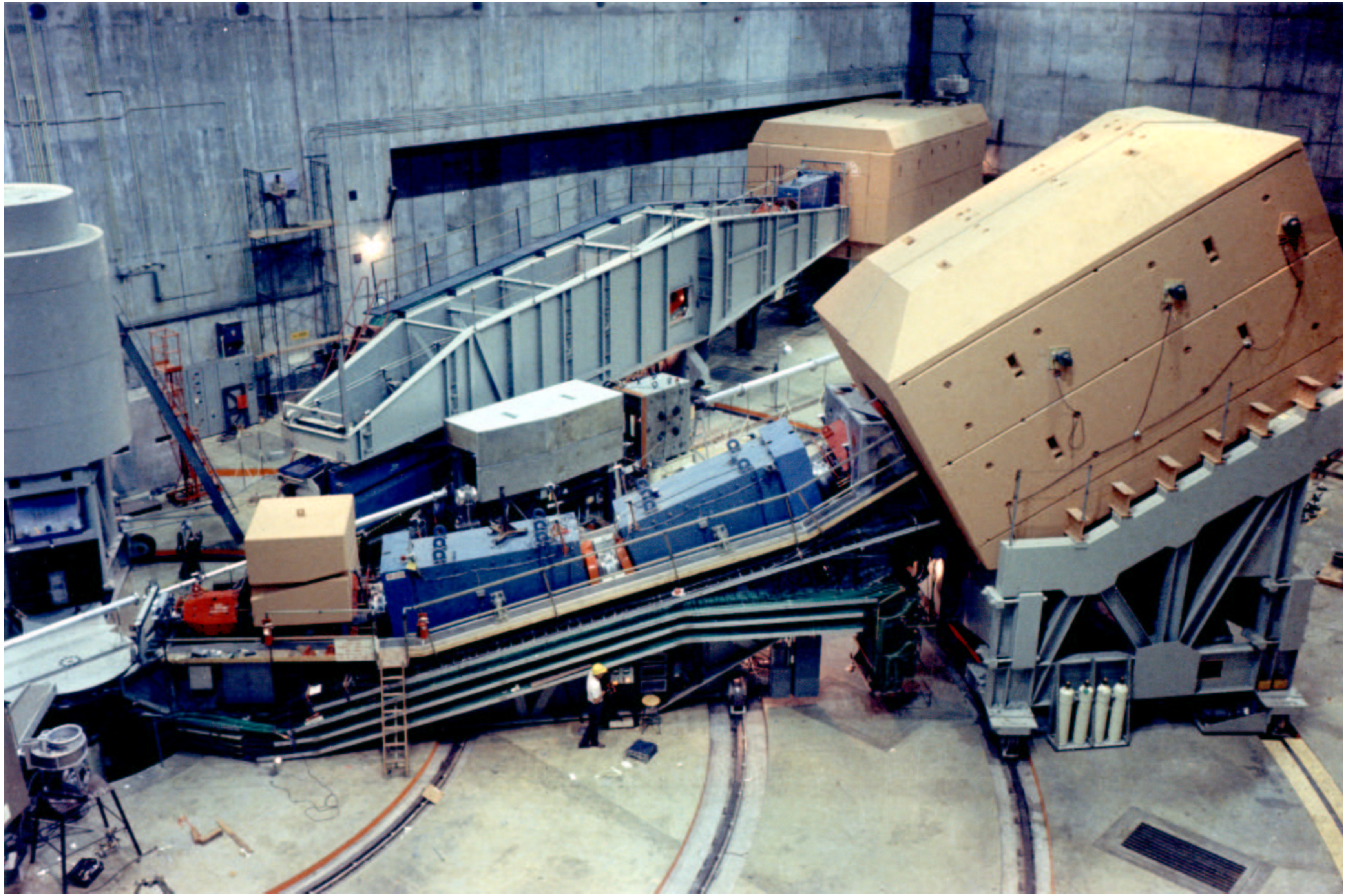
Das SLAC-Experiment

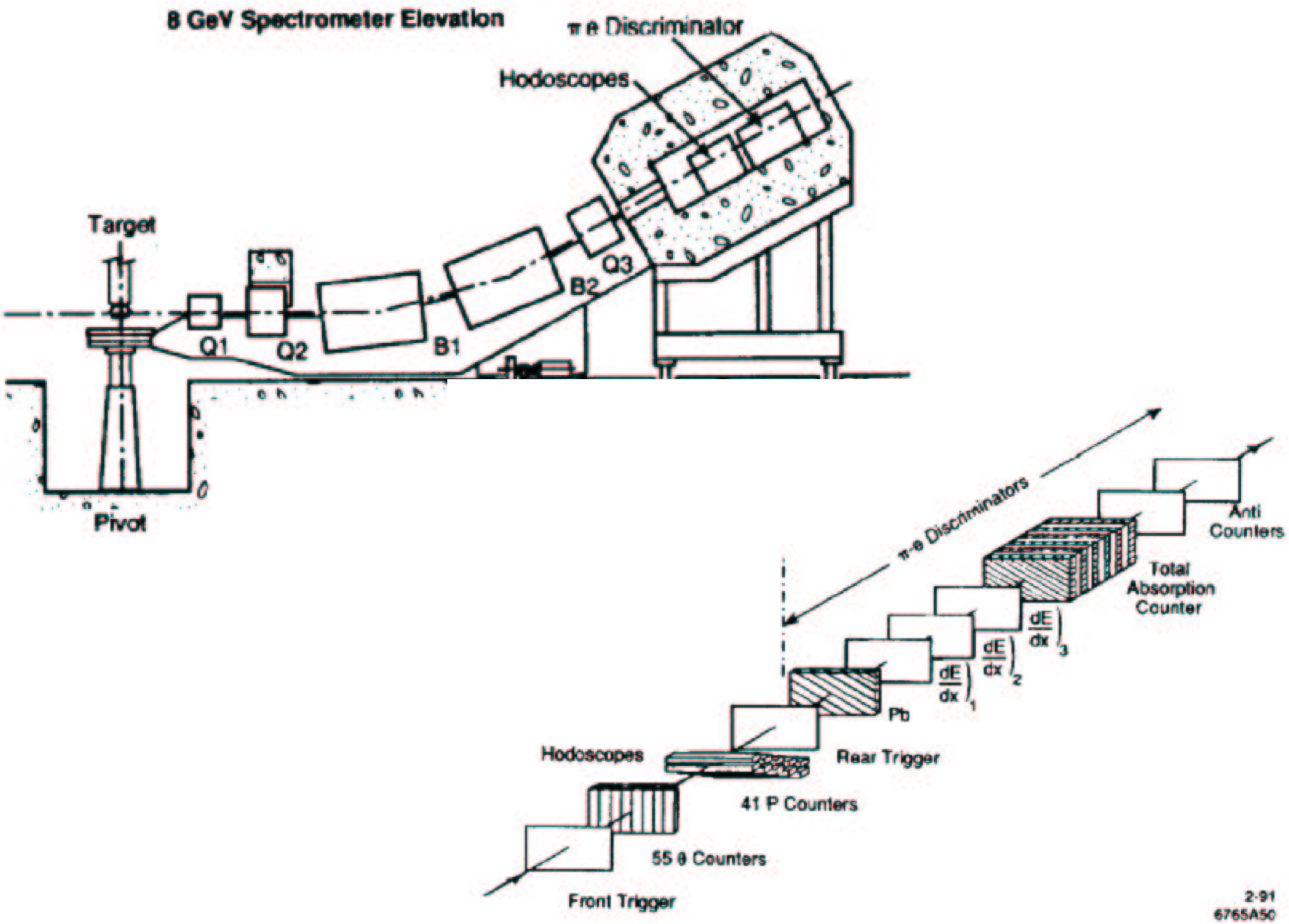


Layout of energy-analyzed beams for SLAC.



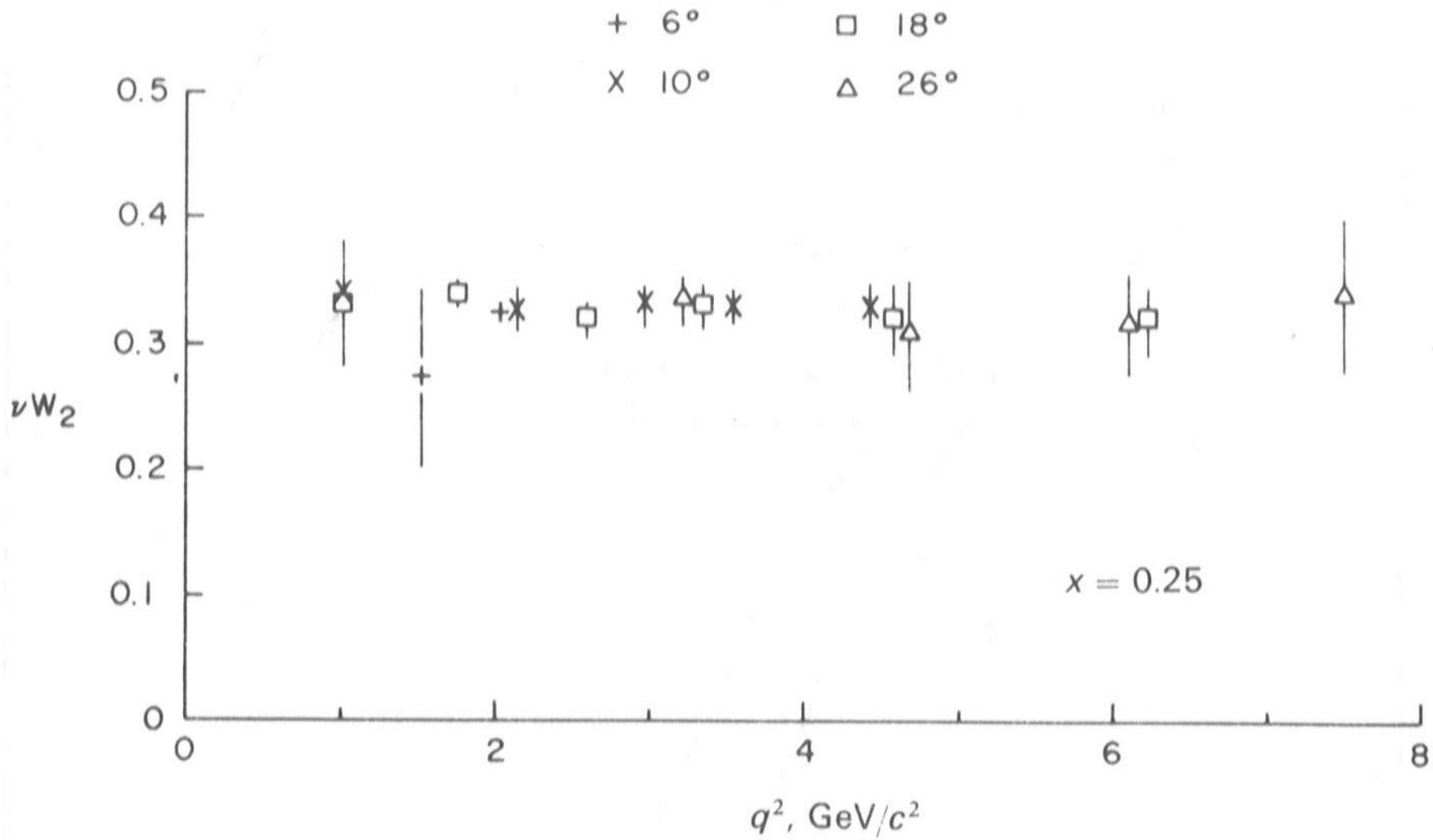
Layout of End Station A showing three spectrometers.





Counter system for the 8 GeV spectrometer.

Ergebnis



Spin der Partonen

Um den Spin der Partonen zu bestimmen, wird der Wirkungsquerschnitt für die Tief-inelastische Elektron-Proton-Streuung mit dem Dirac-Wirkungsquerschnitt für die Streuung punktförmiger Spin-½ Teilchen der Ladung ze und der Masse m verglichen.

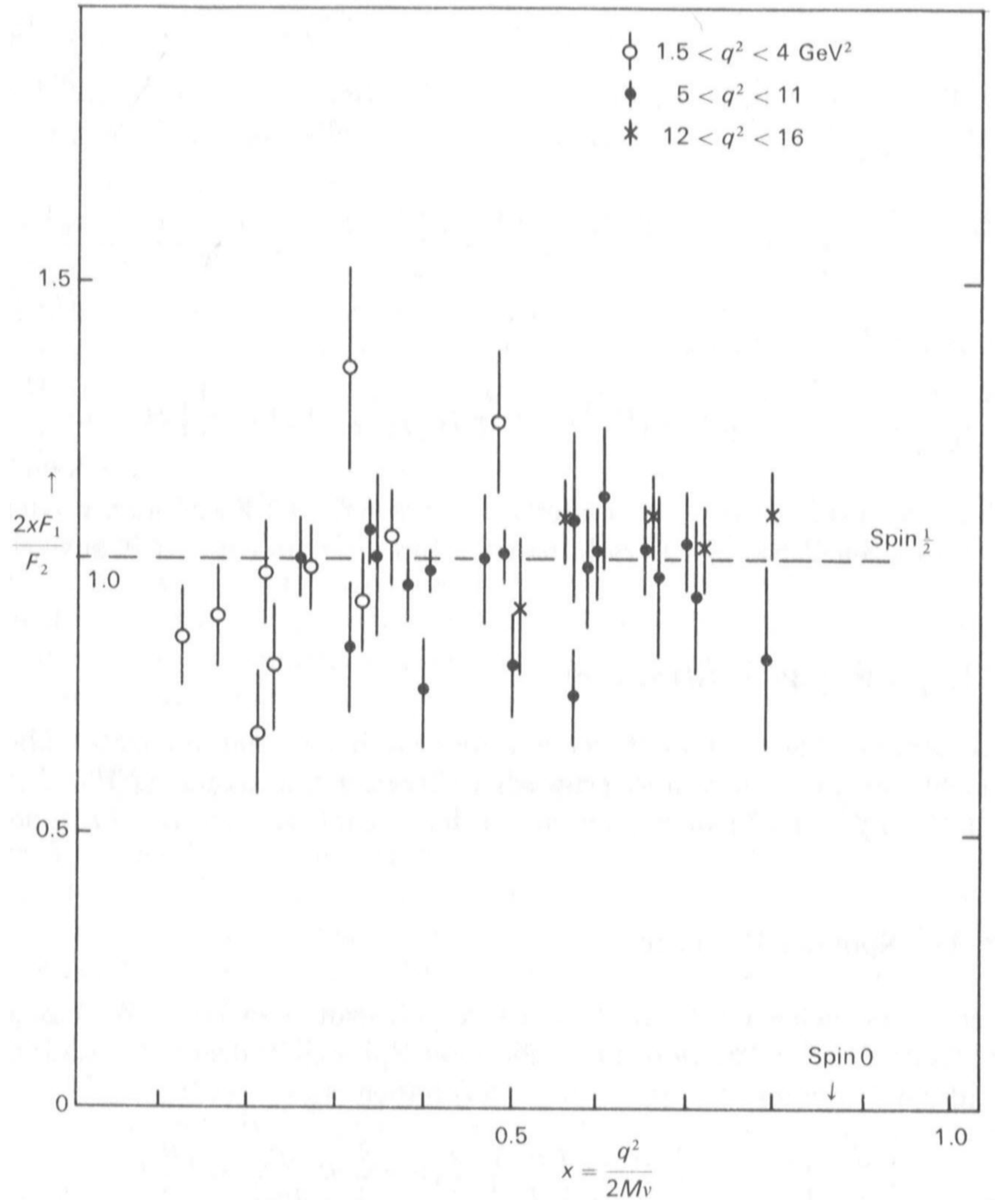
- Dirac: $$\left(\frac{d\sigma}{dq^2}\right)_{Dirac} = \frac{4\pi\alpha^2 z^2}{q^4}\left(\frac{E'}{E}\right)^2\left(\cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{q^2}{2m^2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

- Inelastisch: $$\left(\frac{d^2\sigma}{dq^2 dx}\right)_{inelastisch} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4}\frac{E'}{E}\left(F_2(x)\cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{q^2}{2M^2x^2}2xF_1(x)\sin^2\frac{\theta}{2}\right)\frac{1}{x}$$

Vergleich der Koeffizienten von $\cos^2(\theta/2)$ und $\sin^2(\theta/2)$ liefert unter Verwendung von $m^2 = x^2M^2$ die sogenannte *Callan-Gross-Relation*:

$$\boxed{\frac{2xF_1(x)}{F_2(x)} = 1}$$

Dieses vorhergesagte Verhältnis wurde in Experimenten bestätigt:



Ladung der Partonen

Betrachtet man die Gleichung von Seite 14 für den Grenzfall $y \to 0$, das bedeutet für den Streuwinkel $\theta \to 0$, so erhält man:

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4} \int \frac{F_2^{eN}(x)dx}{x}$$

Wenn das Proton aus u-, d- und s-Quarks besteht, ergibt sich für die Struk-turfunktion F_2 der Elektron-Proton-Streuung:

$$F_2^{ep}(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) = x\left\{\frac{4}{9}\left[u(x) + \bar{u}(x)\right] + \frac{1}{9}\left[d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)\right]\right\}$$

Die Strukturfunktion für die Elektron-Neutron-Streuung erhält man aus der obigen Gleichung, indem man die Symbole *u* durch *d* und $\bar{u}$ durch $\bar{d}$ ersetzt:

$$F_2^{en}(x) = x\left\{\frac{4}{9}\left[d(x) + \bar{d}(x)\right] + \frac{1}{9}\left[u(x) + \bar{u}(x) + s(x) + \bar{s}(x)\right]\right\}$$

Allgemein folgt für die Strukturfunktion der Elektron-Nukleon-Streuung aus dem Mittelwert von F_2^{ep} und F_2^{en} :

$$\boxed{F_2^{eN}(x) = x\left\{\frac{5}{18}\left[u(x)+\bar{u}(x)+d(x)+\bar{d}(x)\right]+\frac{1}{9}\left[s(x)+\bar{s}(x)\right]\right\}}$$

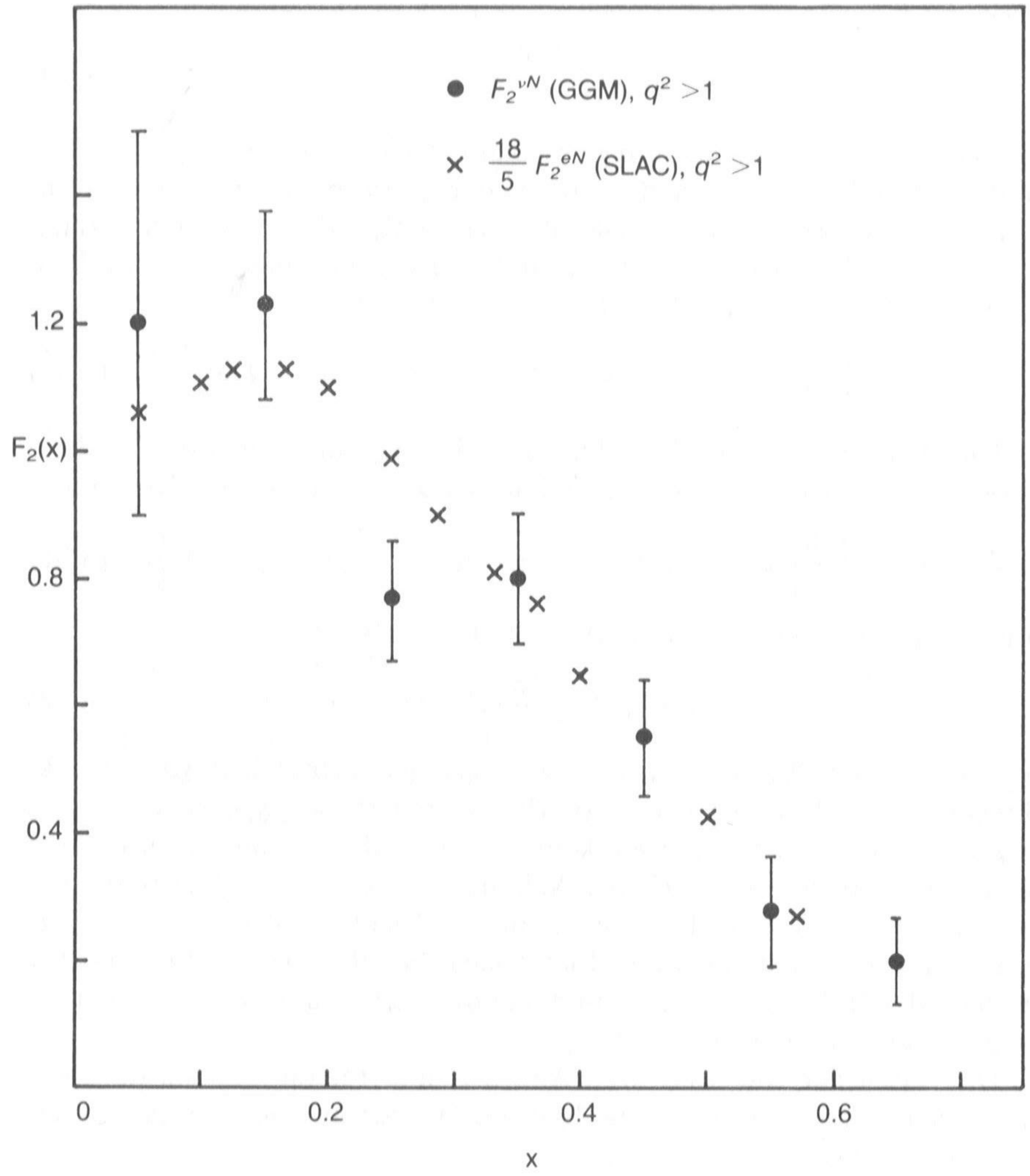
Aus ähnlichen Überlegungen erhält man für die Strukturfunktion der Neutrino-Nukleon-Streuung:

$$\boxed{F_2^{\nu N}(x) = x\left[u(x)+\bar{u}(x)+d(x)+\bar{d}(x)\right]}$$

Durch Einsetzen der unteren in die obere Gleichung findet man schließlich die Beziehung:

$$\boxed{F_2^{\nu N}(x) \le \frac{18}{5} F_2^{eN}(x)}$$

Messungen der Strukturfunktionen $F_2^{\nu N}$ und $\frac{18}{5}F_2^{eN}$ lieferten die folgenden Ergebnisse:


$F_2^{\nu N}$ (GGM), $q^2 > 1$
$\frac{18}{5} F_2^{eN}$ (SLAC), $q^2 > 1$
1.2
$F_2(x)$
0.8
0.4
0
0.2
0.4
0.6
x

Man erwartet nun notwendigerweise, daß die Summe der Impulsanteile über *alle* Konstituenten gleich Eins ist, d.h.

$$\frac{18}{5}\int F_2^{eN}(x)dx = \int F_2^{\nu N}(x)dx = \int \left[u(x)+\bar{u}(x)+d(x)+\bar{d}(x)\right]xdx \cong 1$$

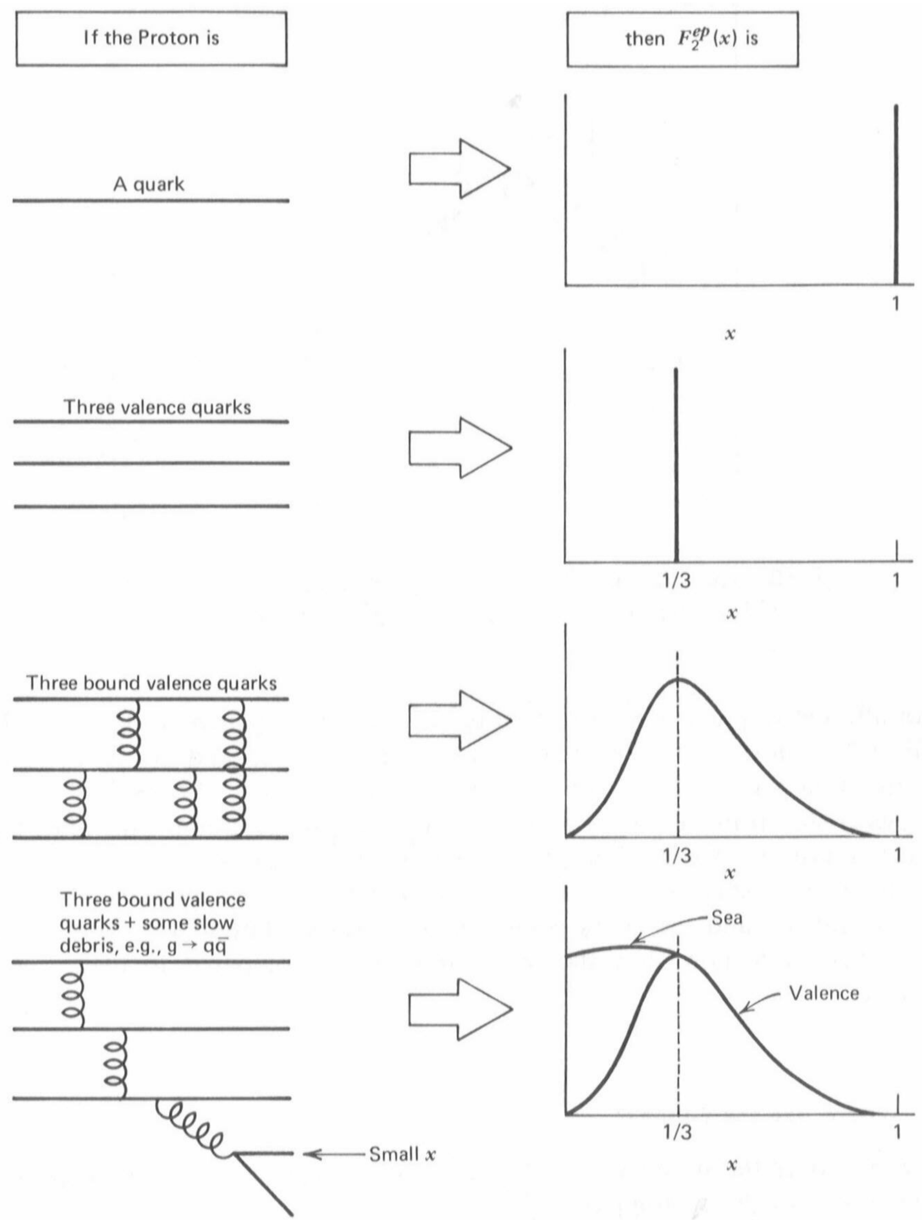
Eine experimentelle Bestimmung der Integrale lieferte jedoch als Ergebnis:

$$\frac{18}{5}\int F_2^{eN}(x)dx \cong \int F_2^{\nu N}(x)dx = 0.50 \pm 0.05$$

Die Partonen, die verantwortlich für die Streuung der Elektronen sind, tragen also nur ungefähr die Hälfte der Nukleonenmasse.

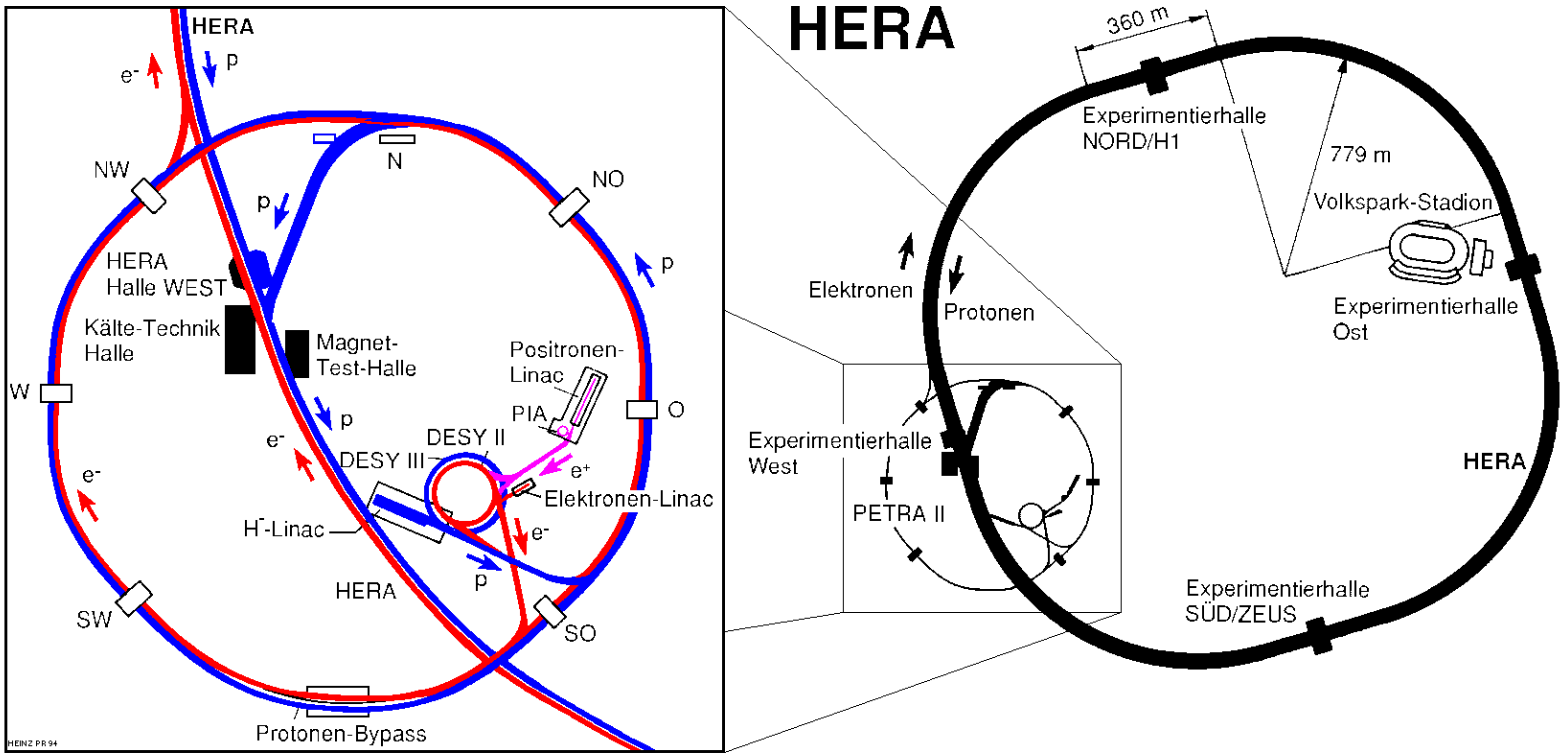
$\Longrightarrow$ Gluonen werden als weitere Konstituenten postuliert!

Wie sich die Strukturfunktion des Protons mit seinem Quarkinhalt verändert, wird in der folgenden Übersicht klar:

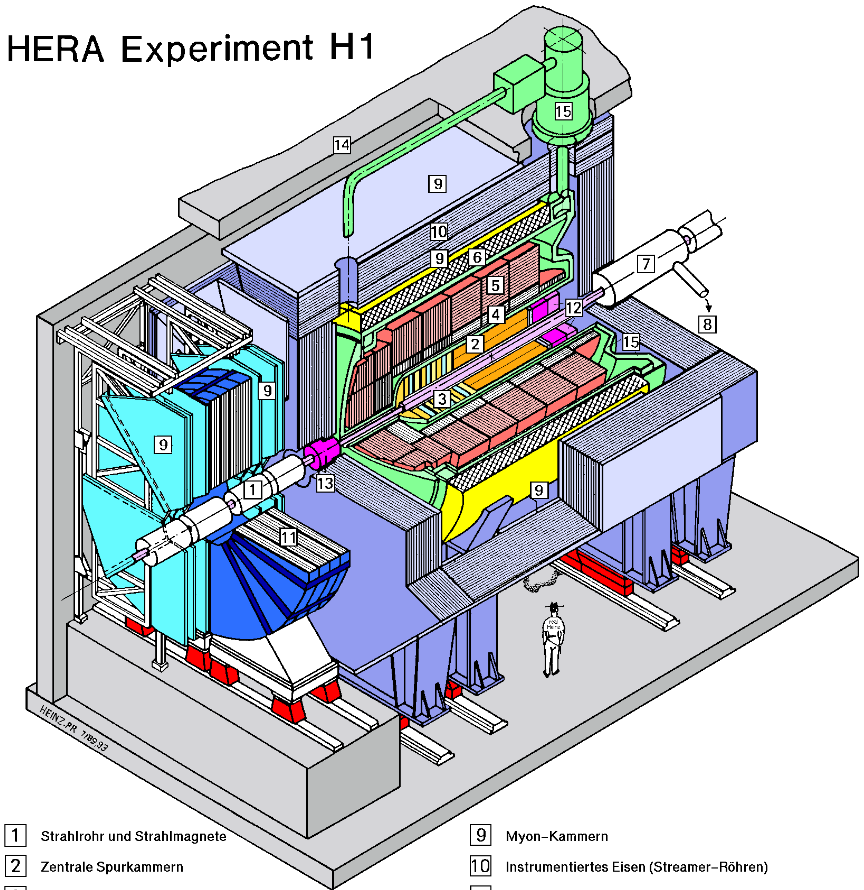


If the Proton is
then $F_2^{ep}(x)$ is
A quark
1
x
Three valence quarks
1/3
1
x
Three bound valence quarks
1/3
1
x
Three bound valence quarks + some slow debris, e.g., g → q$\bar{q}$
Sea
Valence
Small x
1/3
1
x

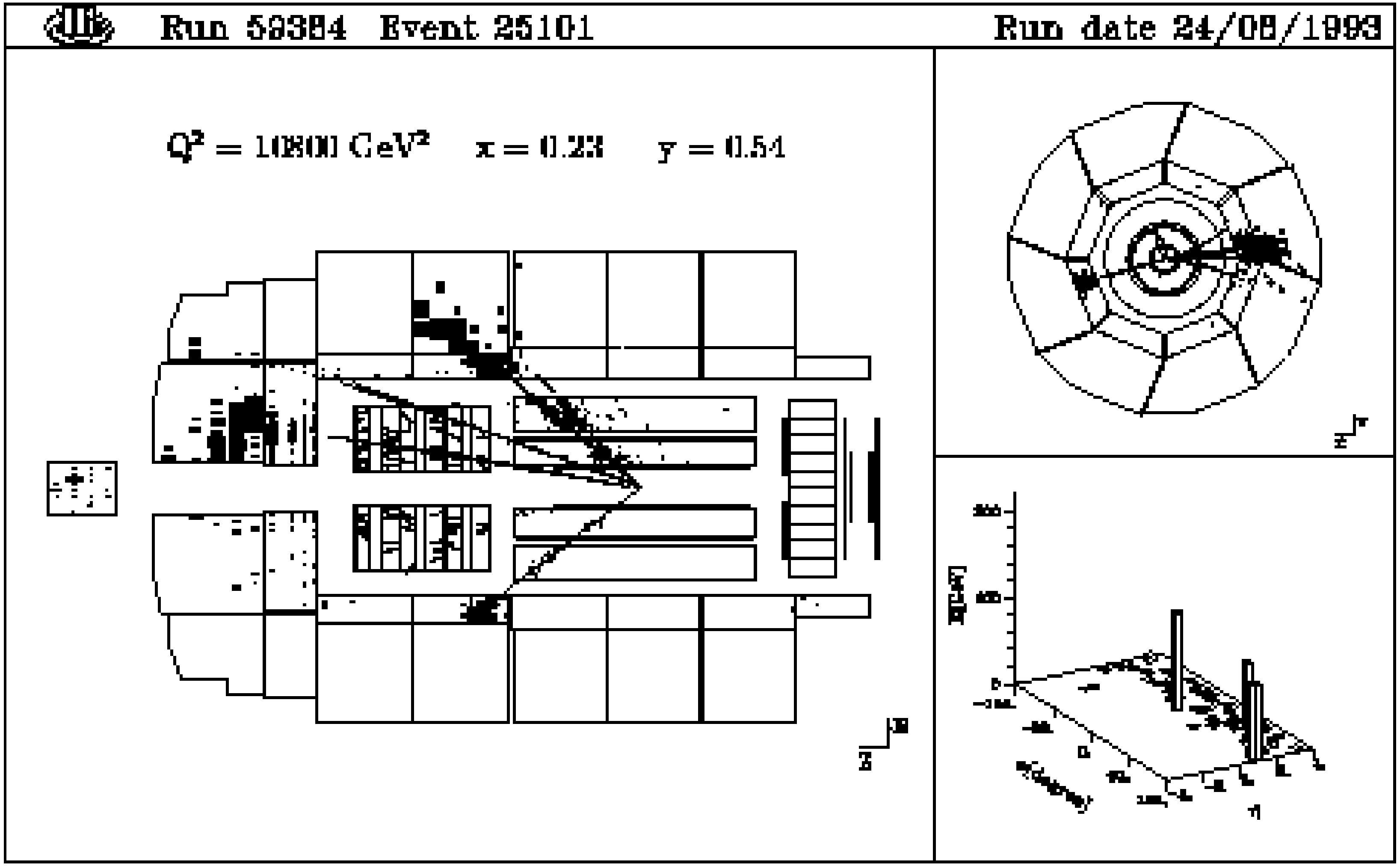
Experimente bei HERA



HERA Experiment H1



1. Strahlrohr und Strahlmagnete
2. Zentrale Spurkammern
3. Vorwärtsspurkammern und Übergangsstrahlungsmodule
4. Elektromagnetisches Kalorimeter (Blei) } Flüssig-Argon
5. Hadronisches Kalorimeter (Edelstahl) } Flüssig-Argon
6. Supraleitende Spule (1.2T)
7. Kompensationsmagnet
8. Helium-Kälteanlage
9. Myon–Kammern
10. Instrumentiertes Eisen (Streamer–Röhren)
11. Myon–Toroid–Magnet
12. warmes elektromagnetisches Kalorimeter
13. Vorwärts–Kalorimeter
14. Betonabschirmung
15. Flüssig-Argon-Kryostat



Run 59384 Event 25101
Run date 24/08/1993
Q^2 = 10800 GeV^2 x = 0.23 y = 0.54

Skalenverletzung