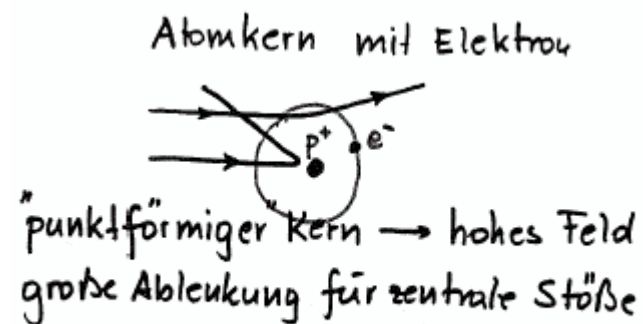
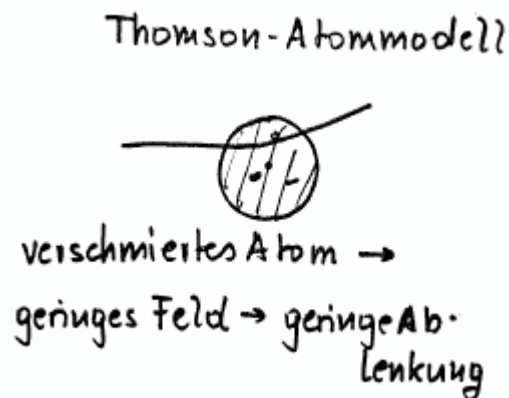


## 8.3 Tief-unelastische Streuung und die Struktur der Nukleonen

# Konzept für Streuversuche

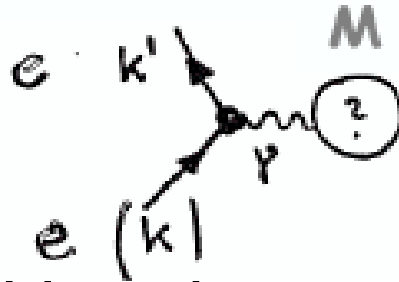
- Elektronen, Müonen und Neutrinos ( $\nu_\mu$ ):
  - Intensive Teilchenstrahlen vorhanden
  - “Sondenteilchen” punktförmig  $(\langle r^2 \rangle)^{0.5} < 10^{-18}$  m
  - Ideal, um Struktur des Nukleons (1 fm) zu untersuchen
- Experiment analog zu Rutherford (Streuung von  $\alpha$ +Kern) zur Unterscheidung



# Historische Betrachtung: Streuversuche an Nukleonen

- 1911: Rutherford, Geiger, Marsden -> Entdeckung des Atomkerns
- 1956: McAllister, Hofstadter:  $e$ +Kerne ( $E_e=188$  MeV) -> elektrische Ladungsverteilung der Kerne
- 1968: Friedmann, Kendall, Taylor:  $e$ + $p$  ( $E_e=20$  GeV) -> punktförmige Quarks im Proton
- 1973 (bis heute):  $(e,\mu,\nu)$ + $(p,d,\text{Kerne})$ :  $E_i < 1$  TeV -> Wechselwirkung der Quarks/Gluonen in Nukleonen -QCD
- 1992 (bis heute):  $ep$ -Speicherring ( $E_i=50$  TeV im Lab.system)-> Wechselwirkung der Quarks/Gluonen in Nukleonen, QCD, Suche nach Struktur der Quarks mit Auflösung von  $10^{-18}$  m (=1/1000 der Protongröße)

# Elastische e-Nukleon-Streuung



- Kinematik:

- $k, k'$  – Vierervektor ein+auslaufendes e

- $q = k - k' \quad -q^2 = Q^2 = -(k^2 + k'^2 - 2EE' + 2\vec{k}\vec{k}') \simeq 2EE'(1 - \cos\theta)$

- mit  $k^2 = k'^2 = m_e^2 \ll E^2 \rightarrow E' \simeq |\vec{k}'|, E \simeq |\vec{k}|$

- Wechselwirkungsquerschnitte:

- Projektil:  $S_p = 0, m_p \ll E$ , Target:  $M_T \gg E, S_T = 0$

Rutherford-Streuung: 
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)}$$

- Projektil:  $S_p = 1/2, m_p \ll E$ , Target:  $M_T \gg E,$

$S_T = 0$  Mott-Streuung: 
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2)}{4E^2 \sin^4(\theta/2)}$$

# *Elastische* Elektron-Nukleon Streuung

- Endliches M:  $E' = E / (1 + (2E/M) \cdot \sin^2(\theta/2))$

– Mott-Streuung: 
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2)}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \cdot \frac{E'}{E}$$

- Target mit  $S=1/2$

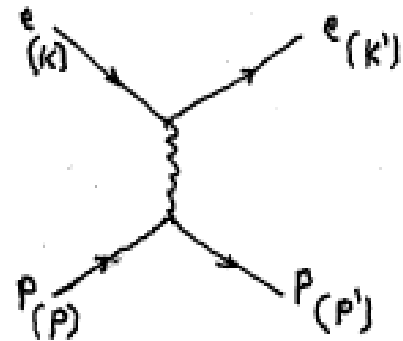
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \underbrace{\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \theta/2}}_{\text{Rutherford-Streuung}} \frac{E'}{E} \left( \cos^2 \theta/2 - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \theta/2 \right)$$

Rutherford-Streuung

Rückstoß

Mott-Streuung

Spin/Spin  
Wechselwirkung



# Streuung an Ladungsverteilung

- (analog zur Kernphysik): Formfaktor  $F(q^2)$ :
  - Ladungsverteilung:  $\rho(\vec{r})$  mit  $\int \rho(\vec{r}) d^3 r = 1$
  - Potential:  $V(\vec{r}) = -\alpha \int \frac{\rho(\vec{r}') d^3 r'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$
  - Formfaktor:  $F(q^2) = \int \rho(\vec{r}') e^{i\vec{q}\vec{r}'} d^3 r'$
  - Wirkungsquerschnitt:

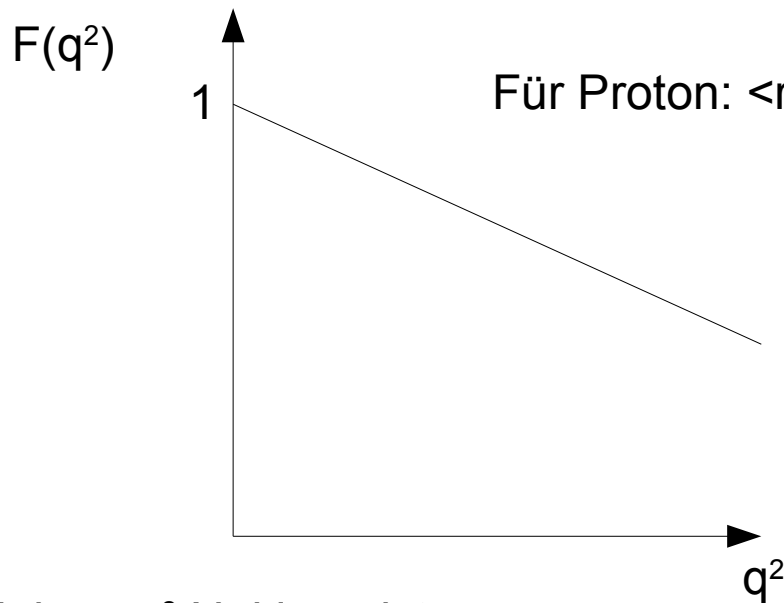
$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\rho} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{punkt}} \cdot |F(q^2)|^2$$

# Beispiel für Formfaktor

- Kugelförmige Ladungsverteilung:

$$F(q^2) = \int d^3 r \rho e^{i\vec{q}\vec{r}} = \int d^3 r \rho \left( 1 + i\vec{q}\vec{r} - \frac{(\vec{q}\vec{r})^2}{2} + \dots \right) \simeq \int d^3 r \rho \left( 1 - \frac{(\vec{q}\vec{r})^2}{2} \right)$$

$$F(q^2) = 1 - \frac{|q|^2}{6} \langle r^2 \rangle$$



Kleines  $q^2$ : Nukleon ist Punktladung

Mit zunehmendem  $q^2$  verbessert sich das Auflösungsvermögen (obige Gleichung ist für kleine Werte von  $qr$  abgeleitet worden):

$$Q^2 > 1/\langle r^2 \rangle$$

# Streuung am $s=1/2$ Nukleon

- 2 Formfaktoren:
  - $G_E(q^2)$ : Elektrischer Formfaktor (Ladungsverteilung)
  - $G_M(q^2)$ : Magnetischer Formfaktor (Verteilung des magnetischen Moments)
- **Rosenbluth-Formel ( $E_L, \theta$  Lab.Energie/Winkel des Elektrons):**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \left( \frac{G_E^2(q^2) + \tau G_M^2(q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(q^2) \tan^2 \theta / 2 \right)$$
$$\tau = \frac{|q^2|}{4M^2}, \quad q^2 = \frac{4E_L^2 \cdot \sin^2 \theta / 2}{1 + \frac{2E_L}{M} \cdot \sin^2 \theta / 2}$$



# Experimentelle Bestimmung der elastischen Formfaktoren

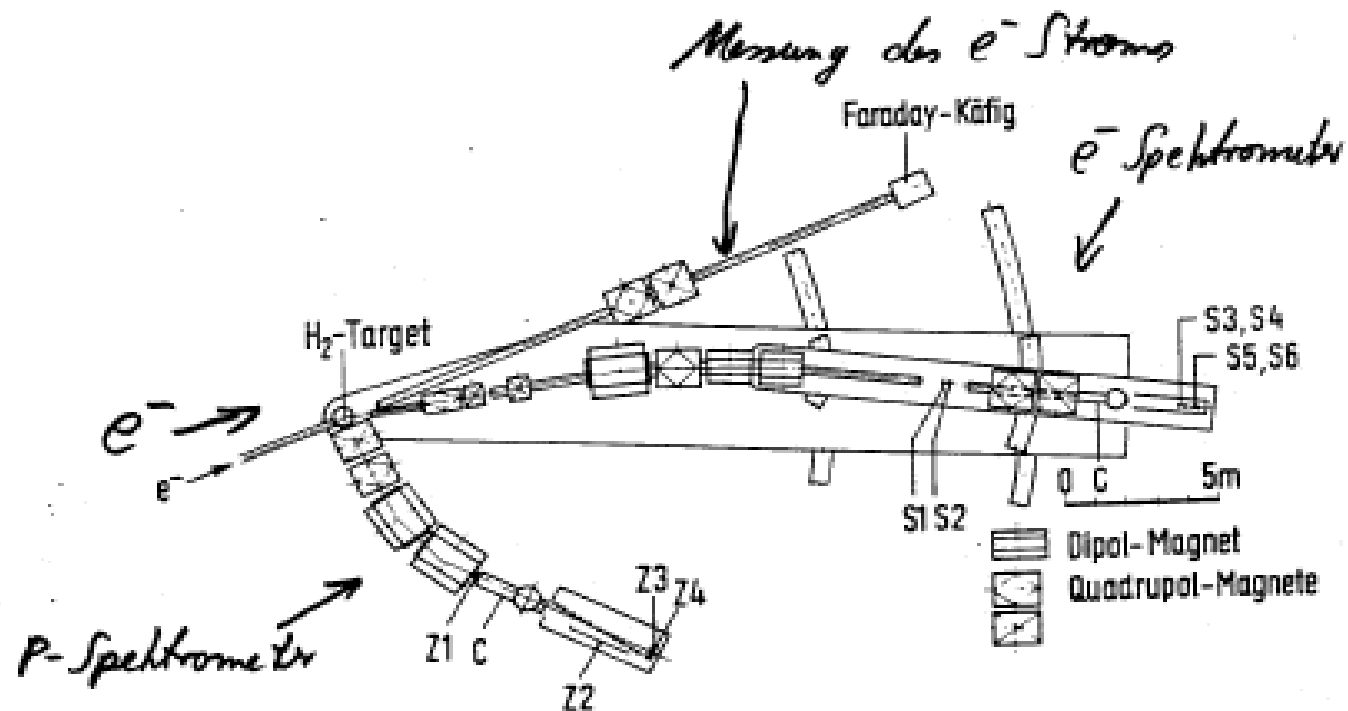
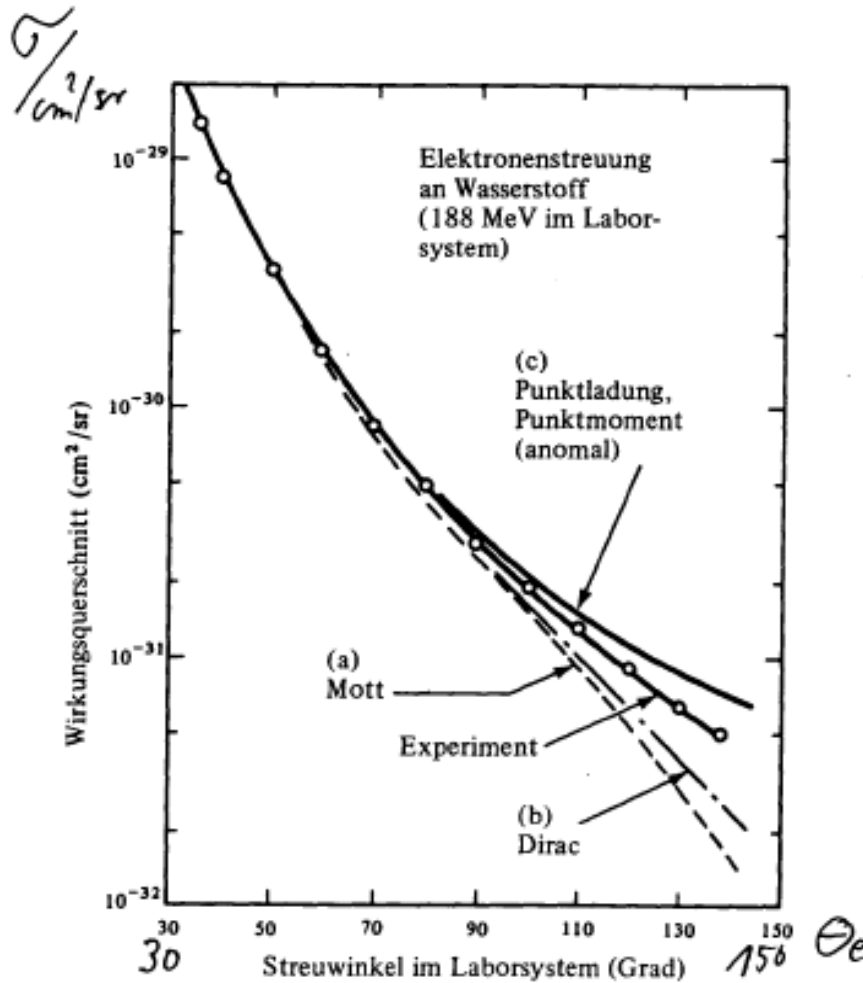


Fig. 3.19 Prinzipskizze zur Messung der elastischen Elektron-Protonstreuung: Der Elektronenstrahl kommt von links und trifft ein Flüssig-Wasserstofftarget. Seine Intensität wird anschließend gemessen (Faraday-Käfig). Das gestreute Elektron wird in dem drehbaren Arm mit den Szintillationszählerhodoskopen S1-S6 nachgewiesen. Sein Impuls wird durch Ablenkung in drei Dipolmagneten bestimmt. Ein Gas-Cerenkovzähler C gestattet es, Elektronen von schwereren Teilchen ( $\pi$ ,  $p$ ) zu unterscheiden. Dasselbe Prinzip wird für den Nachweis des Rückstoßprotons benutzt (Zählerarm Z1-Z4). (Nach [Ba 70])

# Messung von Hofstaedter 1956



## “Rosenbluth”-Diagramm

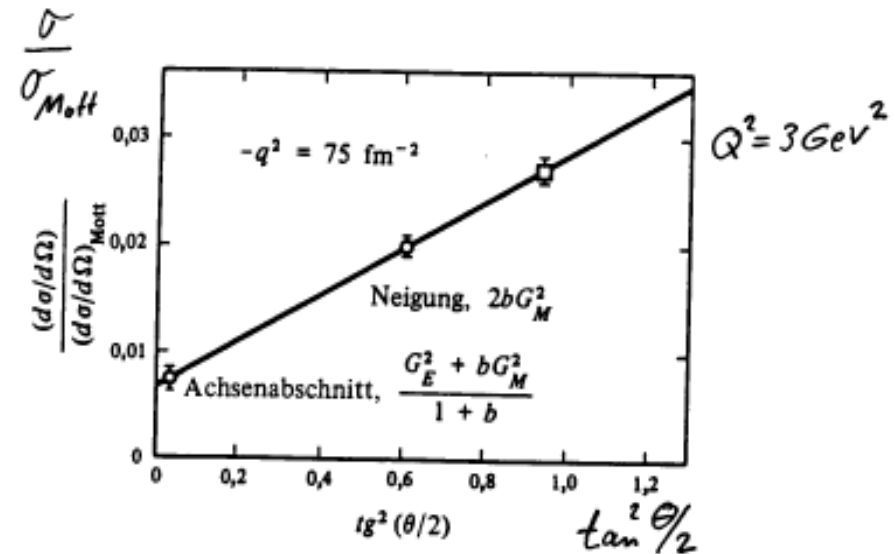
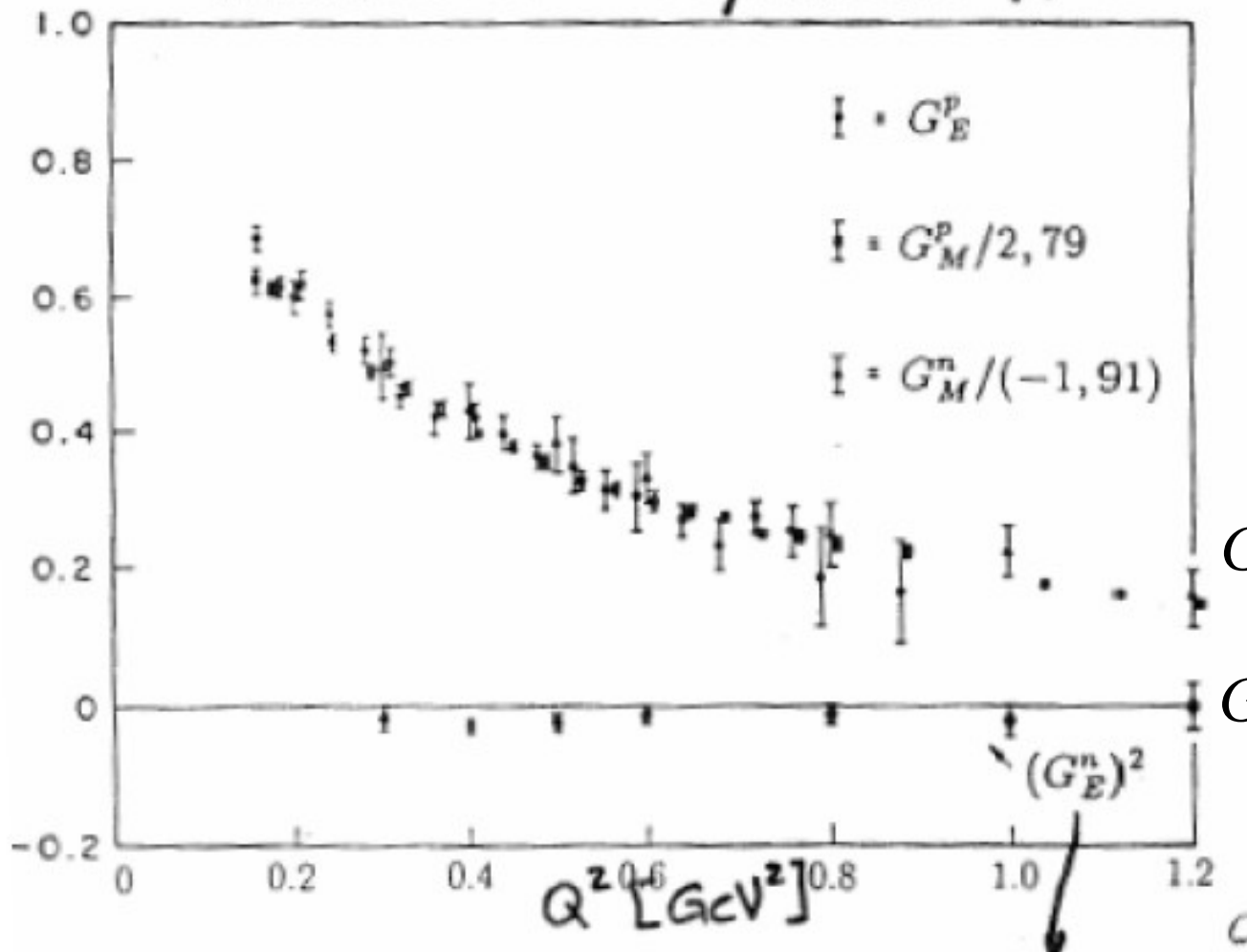


Bild 6.11 Elektron-Proton-Streuung mit Elektronen von 188 MeV. [R. W. McAllister und R. Hofstadter, *Phys. Rev.* 102, 851 (1956).] Die theoretischen Kurven entsprechen den folgenden Werten von  $G_E$  und  $G_M$ : Mott (1; 0), Dirac (1; 1), anomal (1; 2,29).

# Formfaktoren für p,n

Elastische Formfaktoren p,n



$$Q=0: G_E^p=1, G_M^p=2.79$$

$$G_E^n=0, G_M^n=-1.91$$

$$G_E^p = \frac{G_M^p}{2.79} = \frac{G_M^n}{-1.91} = G(q^2)$$

$$G(q^2) = \frac{1}{1 + q^2 / (0.71 GeV)^2}$$

klein, aber  $\neq 0$

# In-elastische e-Nukleon-Streuung (nicht $\mu\text{N}, \nu\text{N}$ )

- 1968: SLAC Linearbeschleuniger mit  $E_e \sim 20$  GeV  $\rightarrow s \sim 2M_p E_e \sim (6 \text{ GeV})^2 = Q_{\text{max}}^2 \rightarrow r \sim 0.2 \text{ fm}$   
 $\text{GeV}/6 \text{ GeV} = 1/30 \text{ fm}$
- Experiment: Präzise Messung des gestreuten Elektrons

Kinematik:

$$q = k - k' \quad W^2 = (q + p)^2 \quad \nu = p \cdot q$$

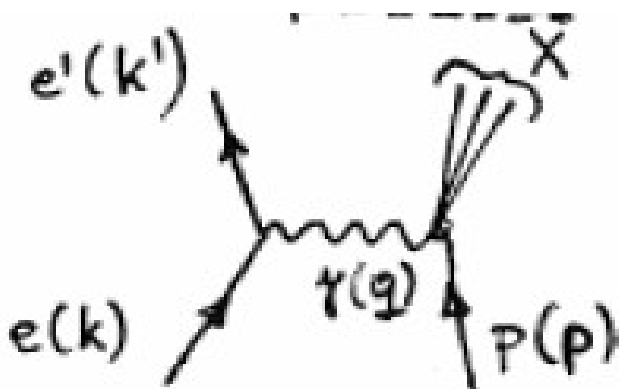
$$W^2 = q^2 + 2qp + p^2$$

$$W^2 = -Q^2 + M^2 + 2(E - E') \cdot E_p - 2(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{p}_p$$

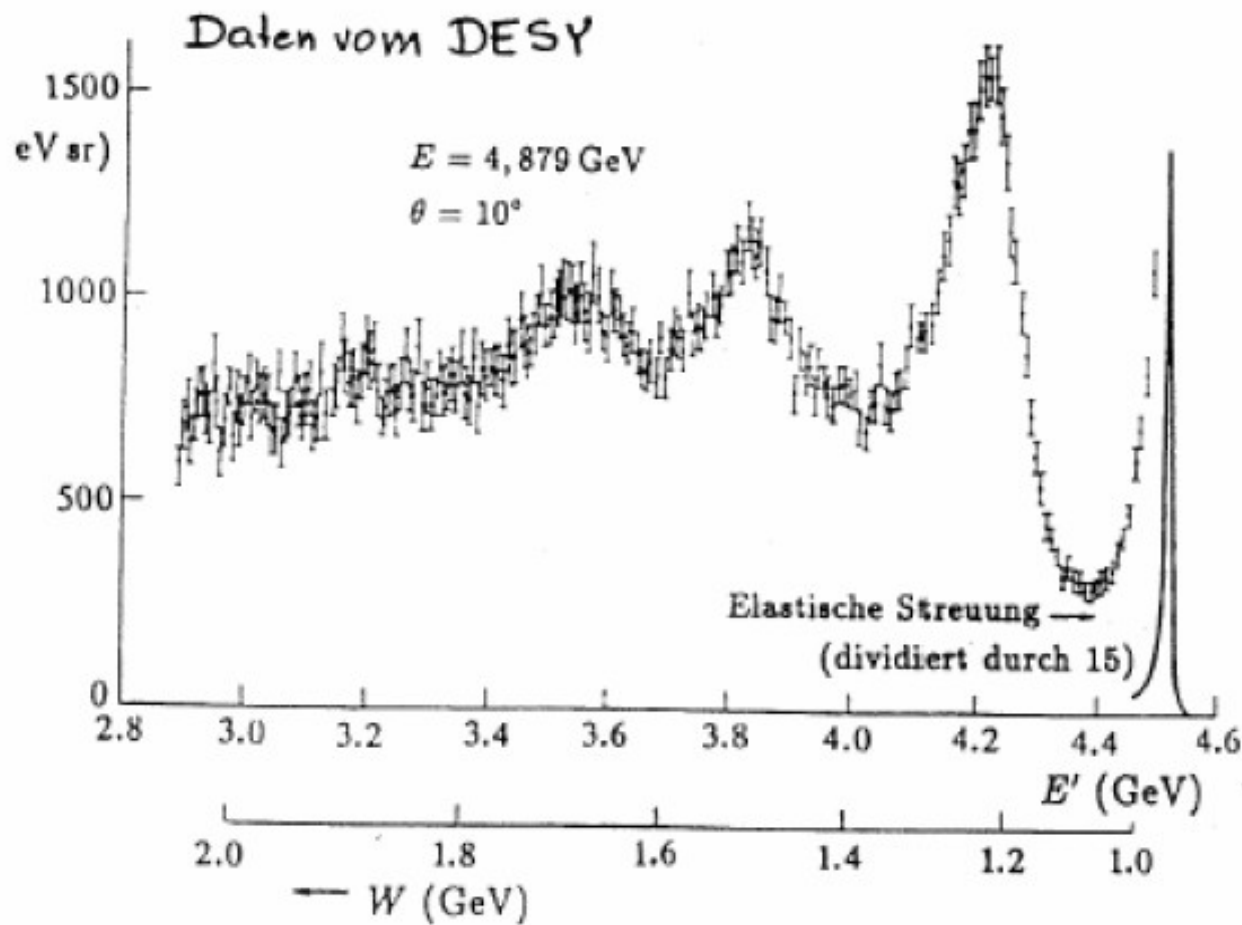
Im Ruhesystem des Protons:

$$W^2 = -Q^2 + 2M(E - E') + M^2$$

Elastische Streuung:  $W^2 = M^2$



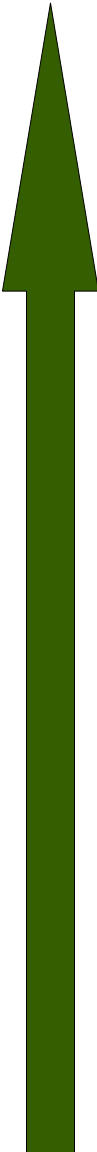
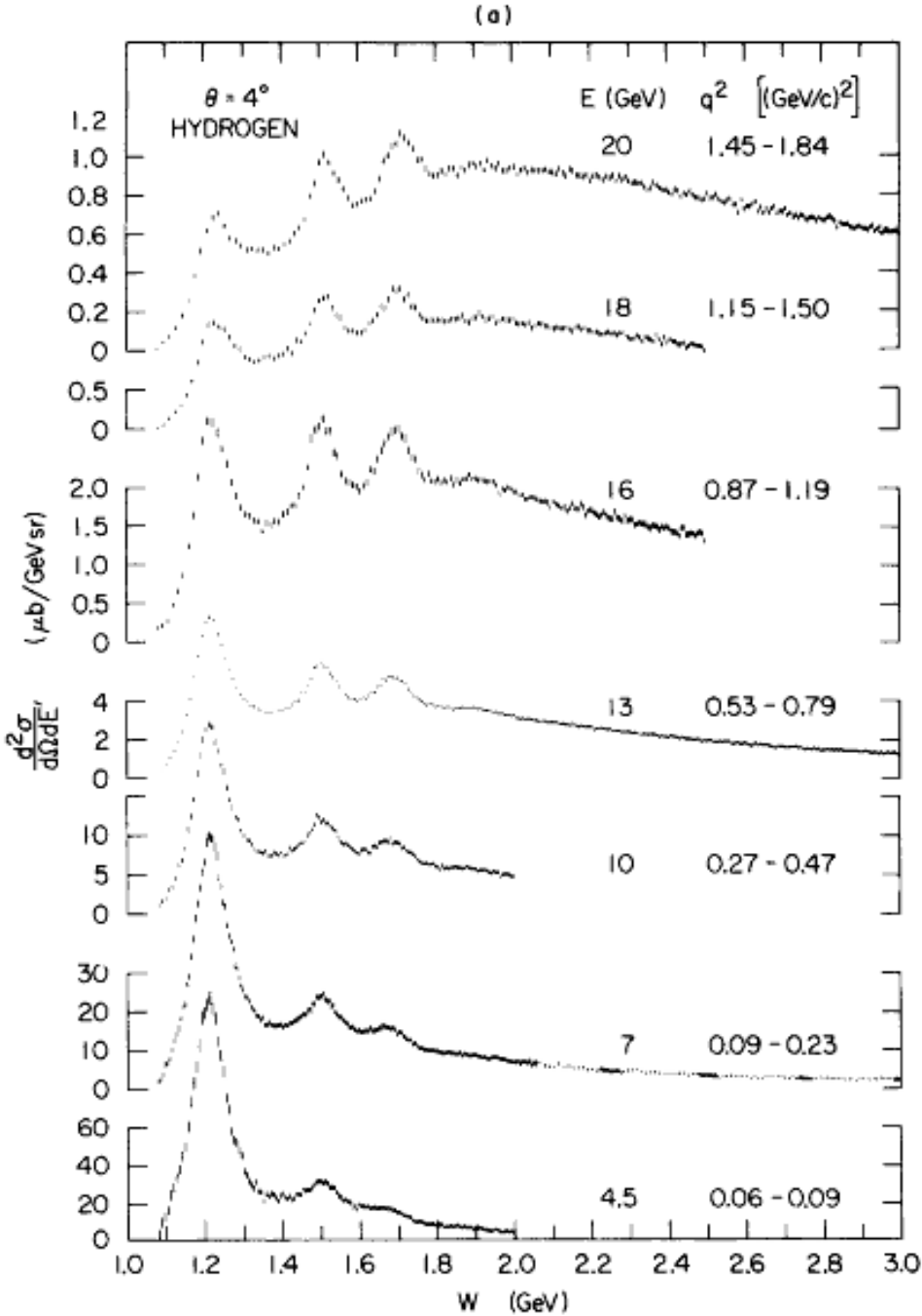
# Messungen



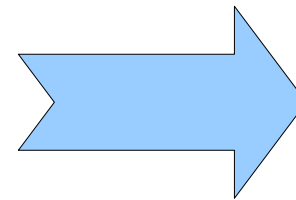
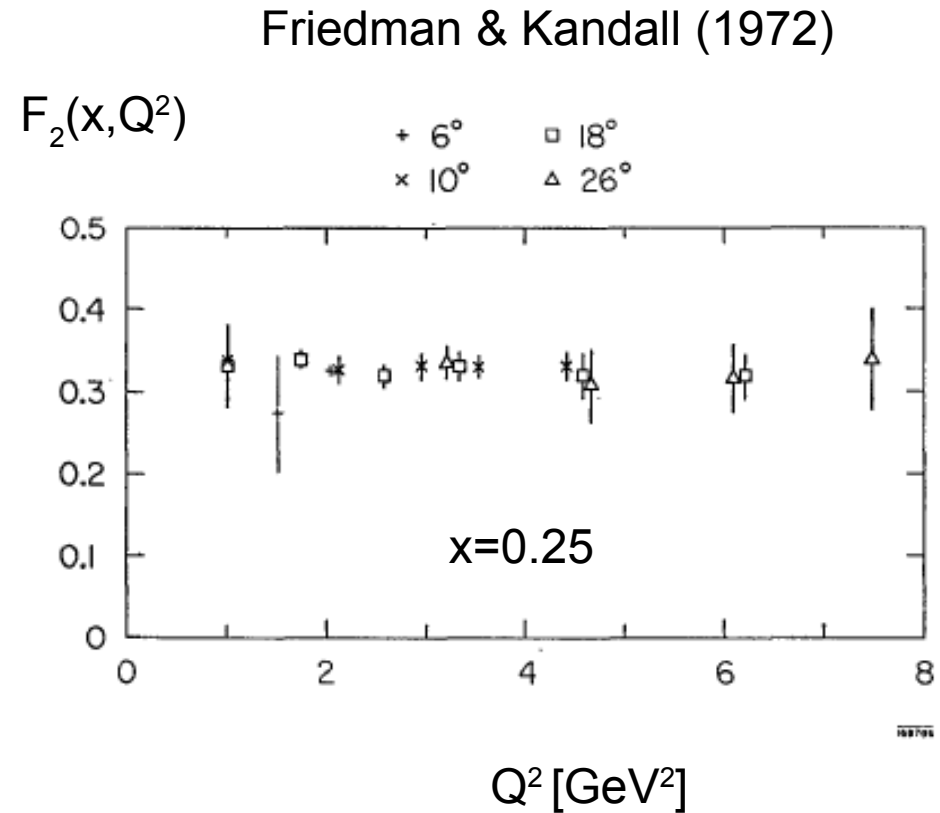
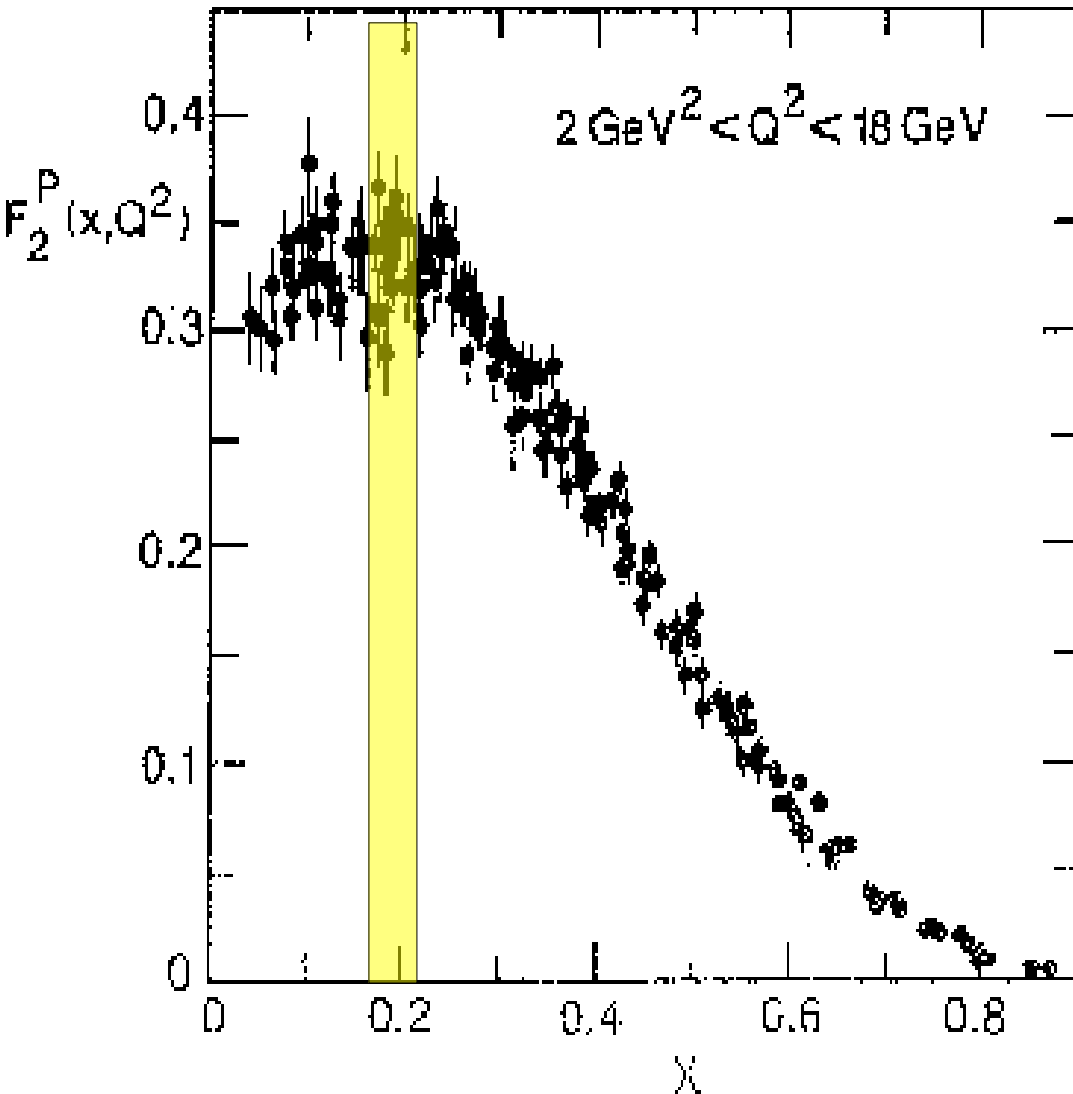
→  
E. Bloom et al  
PRL 23(1969) 930

Elastische Streuung bei  $W^2 = M_p^2$   
Anregung von Resonanzen  
Kontinuum

Stein et al. 1975



$Q^2$  nimmt zu

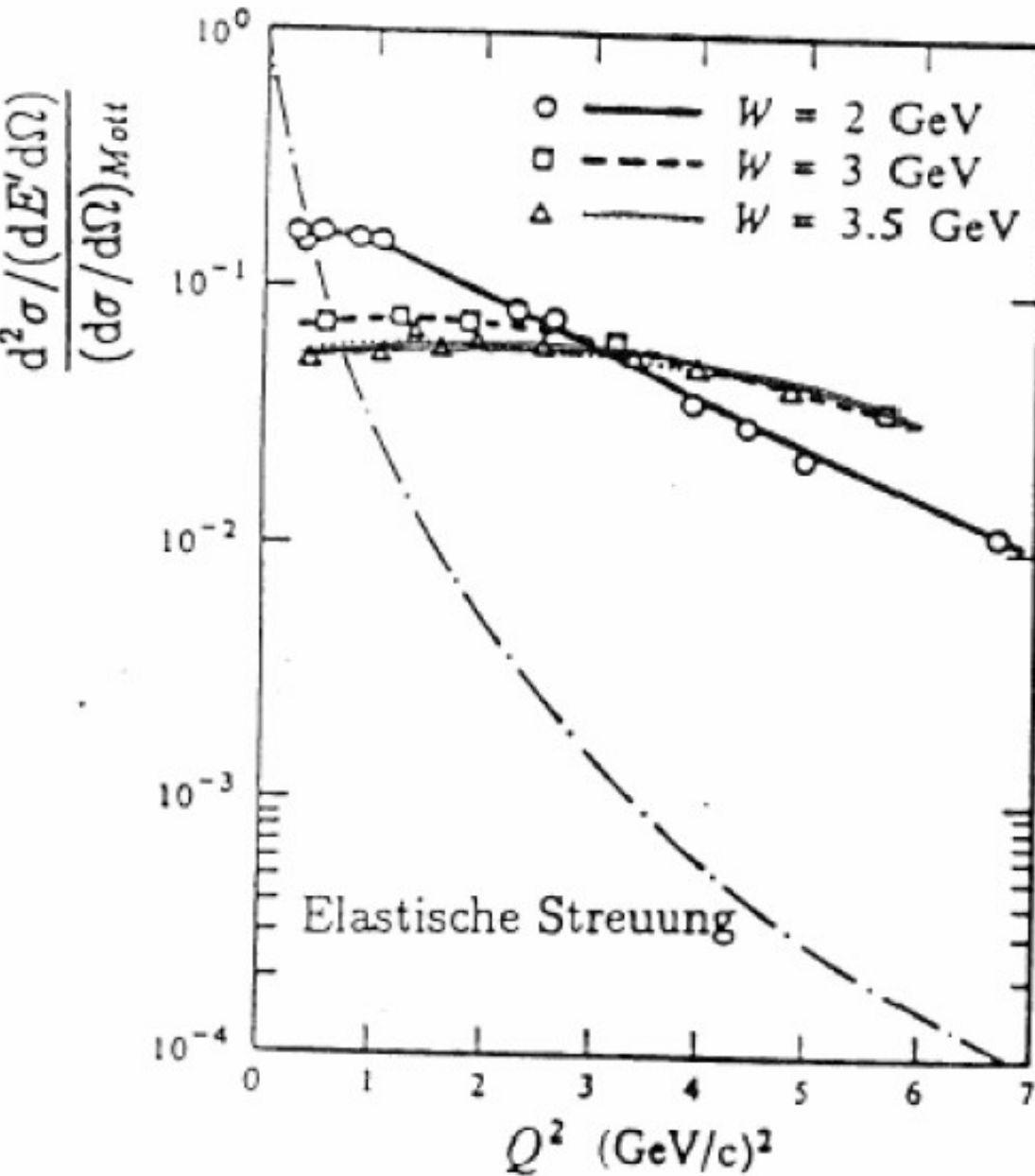


Wirkungsquerschnitt  
 skaliert (konstant):  
 "punktförmiger"  
 Streupartner  
 bzw.: un aufgelöster  
 Streupartner ( $r_q < 1$ )  
 **$r < 0.2 \text{ fm } (q/\text{GeV})^{-1}$**

Die Strukturfunktion  $F_2$  des Protons als Funktion von  $x$  bei  $Q^2$ -Werten zwischen  $(2 \text{ GeV}/c)^2$  und  $(18 \text{ GeV}/c)^2$  (aus [At82])

(ii)  $\frac{d\sigma/dQ^2}{(\frac{d\sigma}{dQ^2})_{Mott}}$  für feste Werte von  $W$ .

SLAC



- Tief-unelastische Streuung: konstanter Wirkungsquerschnitt ( $W > 3 \text{ GeV}$ )
- Vergleich: Elastischer Wirkungsquerschnitt reduziert  $O(100)$
- Streuung an punktförmigen Konstituenten (a la Rutherford)





## The Nobel Prize in Physics 1990

"for their pioneering investigations concerning deep inelastic scattering of electrons on protons and bound neutrons, which have been of essential importance for the development of the quark model in particle physics"



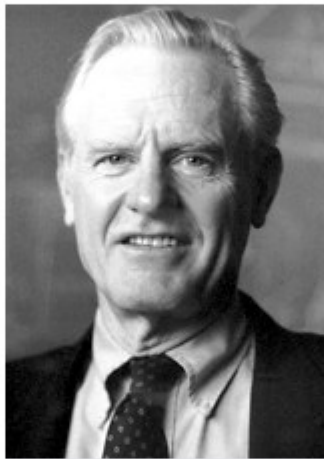
**Jerome I. Friedman**

🕒 1/3 of the prize

USA

Massachusetts Institute of Technology (MIT)  
Cambridge, MA, USA

b. 1930



**Henry W. Kendall**

🕒 1/3 of the prize

USA

Massachusetts Institute of Technology (MIT)  
Cambridge, MA, USA

b. 1926  
d. 1999



Photo: T. Nakashima

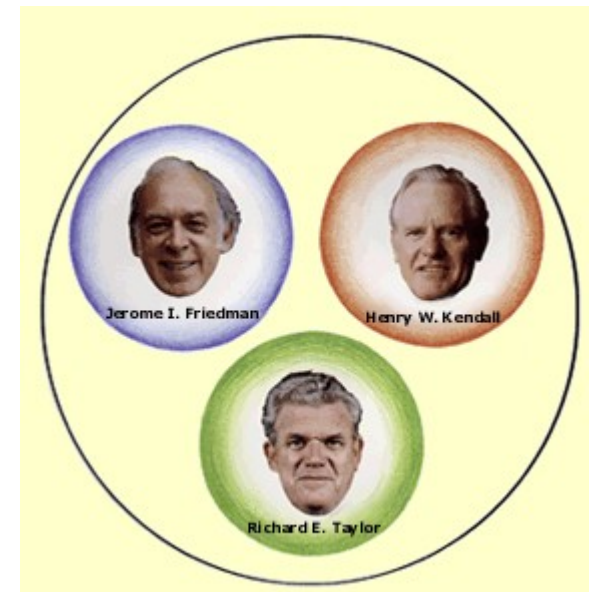
**Richard E. Taylor**

🕒 1/3 of the prize

Canada

Stanford University  
Stanford, CA, USA

b. 1929

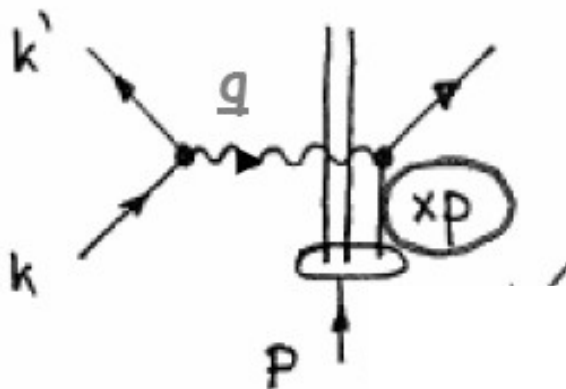


# Skaleninvarianz und Partonmodell

- Die beobachtete **Skaleninvarianz** war bereits 1967 von **J.D. Bjorken** vorhergesagt worden
- **Feynman: Partonbild** - Nukleon besteht aus punktförmigen Objekten (Partonen). Partonen tragen Impulsanteil  $x$  des Protons.  $f(x)dx$ : Wahrscheinlichkeit, das Parton im Intervall  $x, x+dx$  zu finden. Falls  $Q^2$  des virtuellen Photons  $\gamma^*$  ausreichend groß und Wechselwirkungszeit ausreichend kurz, dann **streut  $\gamma^*$  elastisch an einem quasi-freien Parton**.
- Experimentell hat sich gezeigt, dass **Partonen mit Quarks und Gluonen zu identifizieren sind**

# Verteilung der Quarks und Gluonen im Nukleon

- Inelastische Streuung (festes  $E$ ) wird durch zwei Messgrößen beschrieben:  $E'$  und  $\theta$  bzw.:
  - $Q^2=4EE' \sin^2 (\theta/2)$
  - $v=(E-E')/M$  Energieübertrag, normiert auf Eingangsenergie  $y=(E-E')/E$
  - $x=Q^2/2pq=Q^2/2M(E-E')$  Skalenvariable= Impulsanteil des Partons im Proton ( $0 \leq x \leq 1$ )



Parton hat Impuls  $xp$   
elastische Streuung an Parton

$$x = \frac{Q^2}{2qp} = \frac{Q^2}{2M(E-E')} = \frac{Q^2}{2\nu}$$

# Ableitung der Streuformel im Quark-Parton-Modell

- Unter der Annahme elastischer Streuung an freien Parton:

$$\frac{d^2 \sigma}{dx dy} = \frac{8 \pi r_e^2 m_e^2 M_p E}{Q^4} \cdot [(1-y) \cdot F_2(x) + xy^2 F_1(x)]$$

$$F_2(x) = x f(x) \cdot \sum_{i=1}^N Q_i^2 \quad F_2(x) = 2xF_1(x)$$

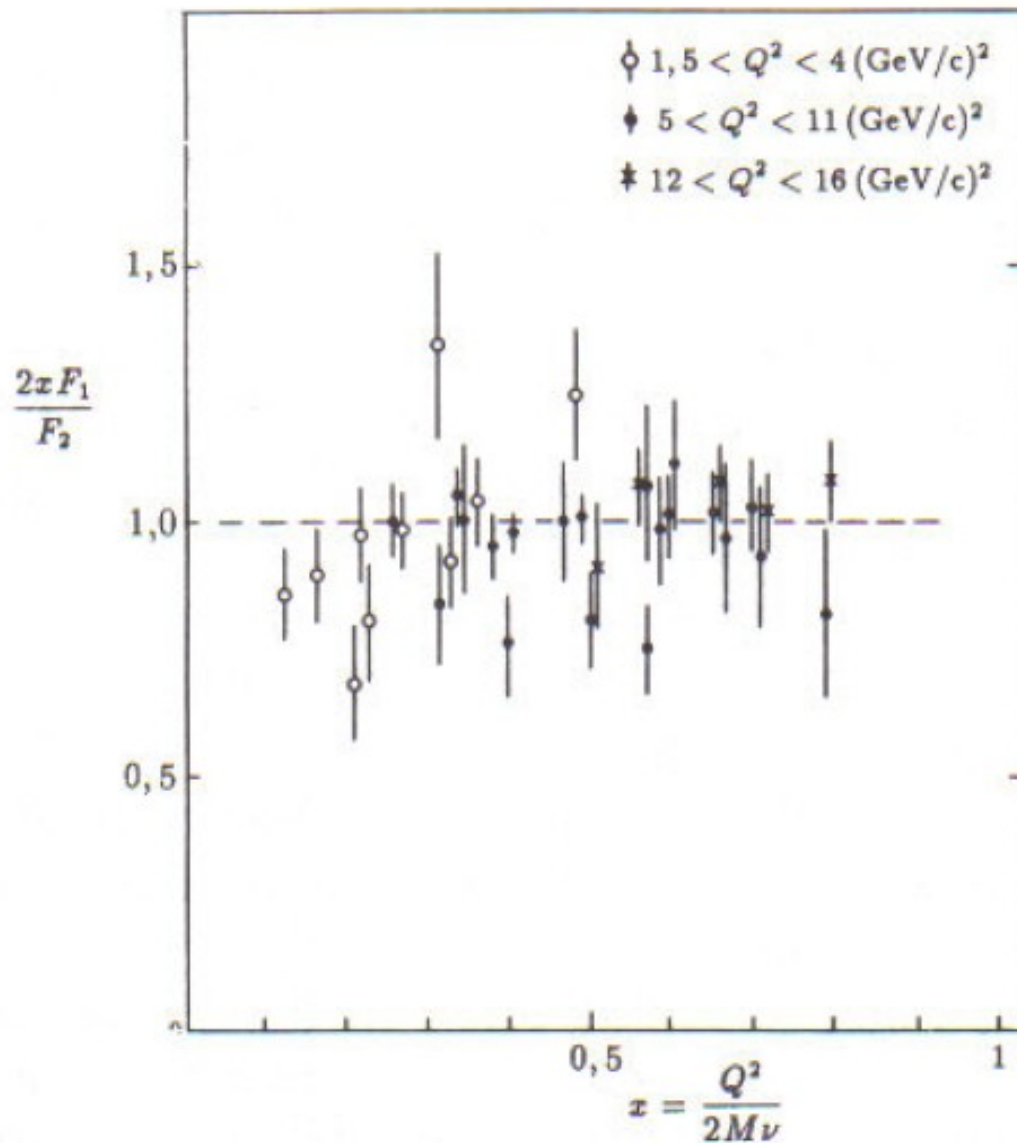
->Callan-Gross-Relation

Für Partonen (Quarks)

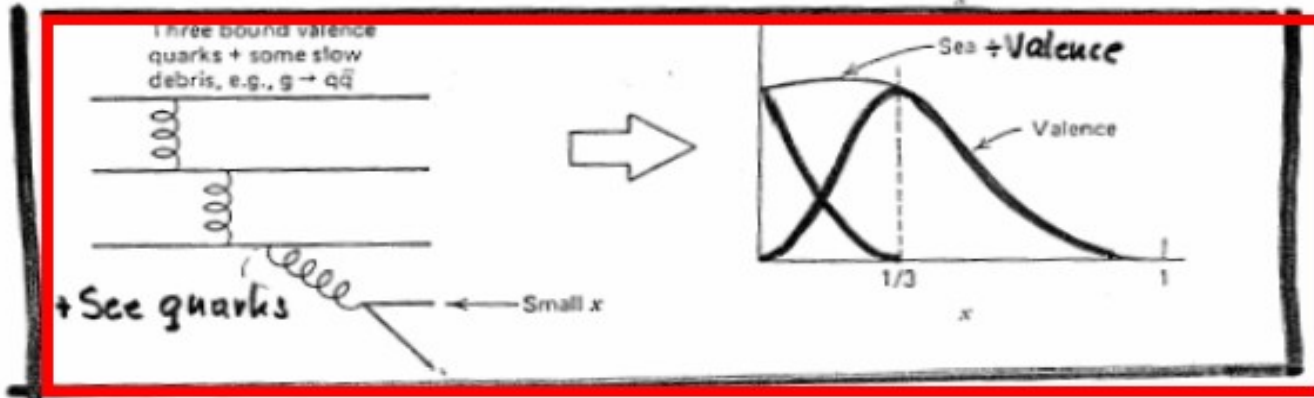
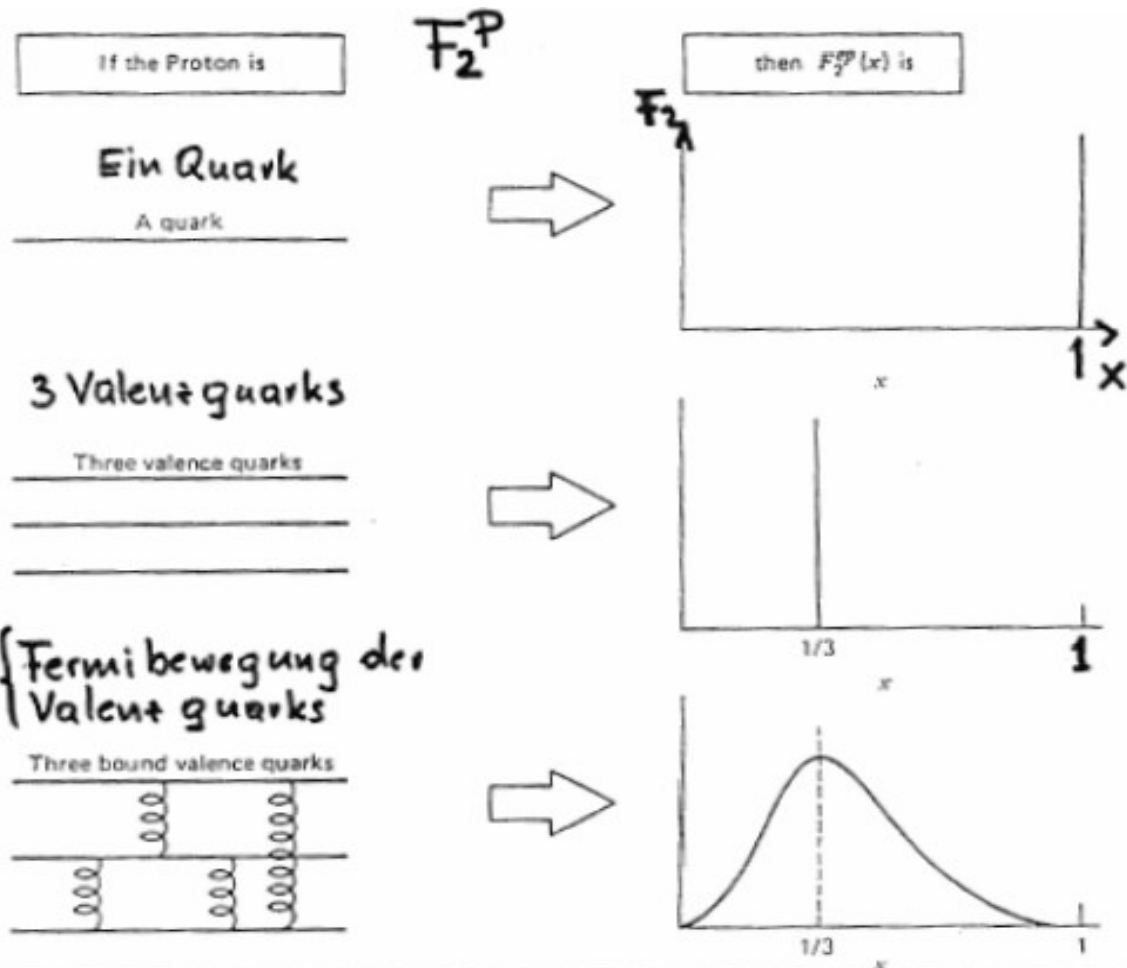
Spin=1/2 und keinen

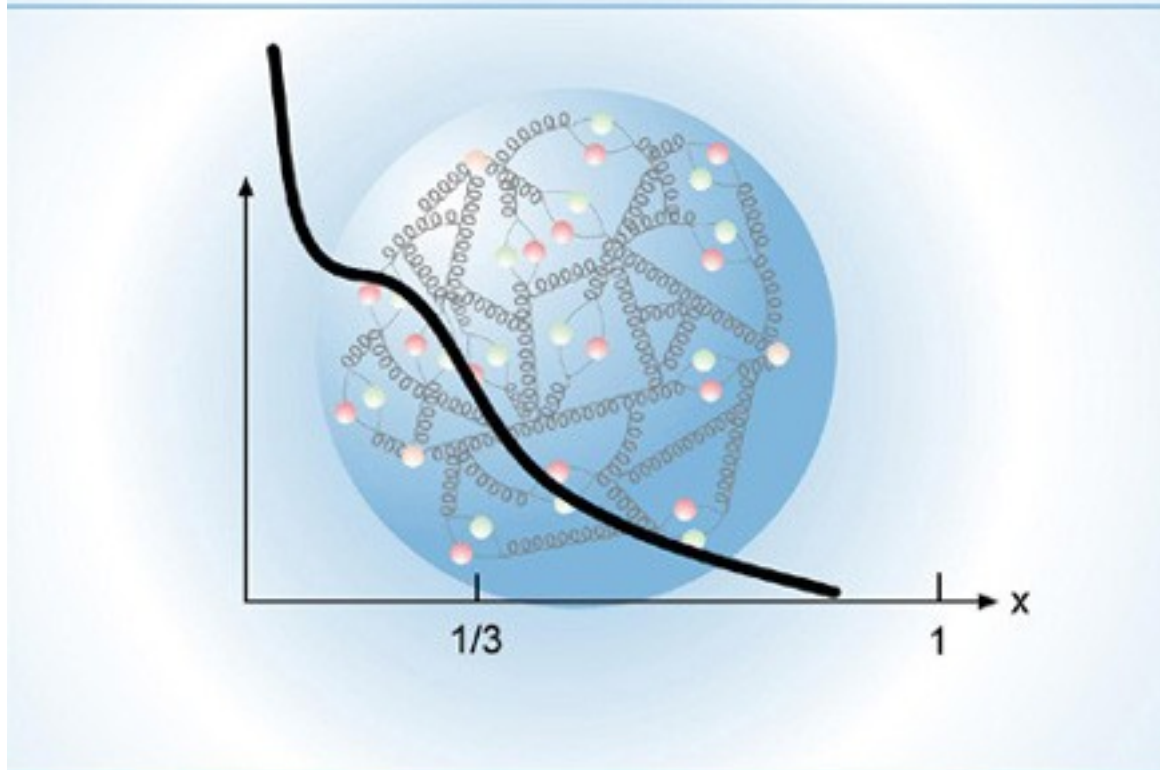
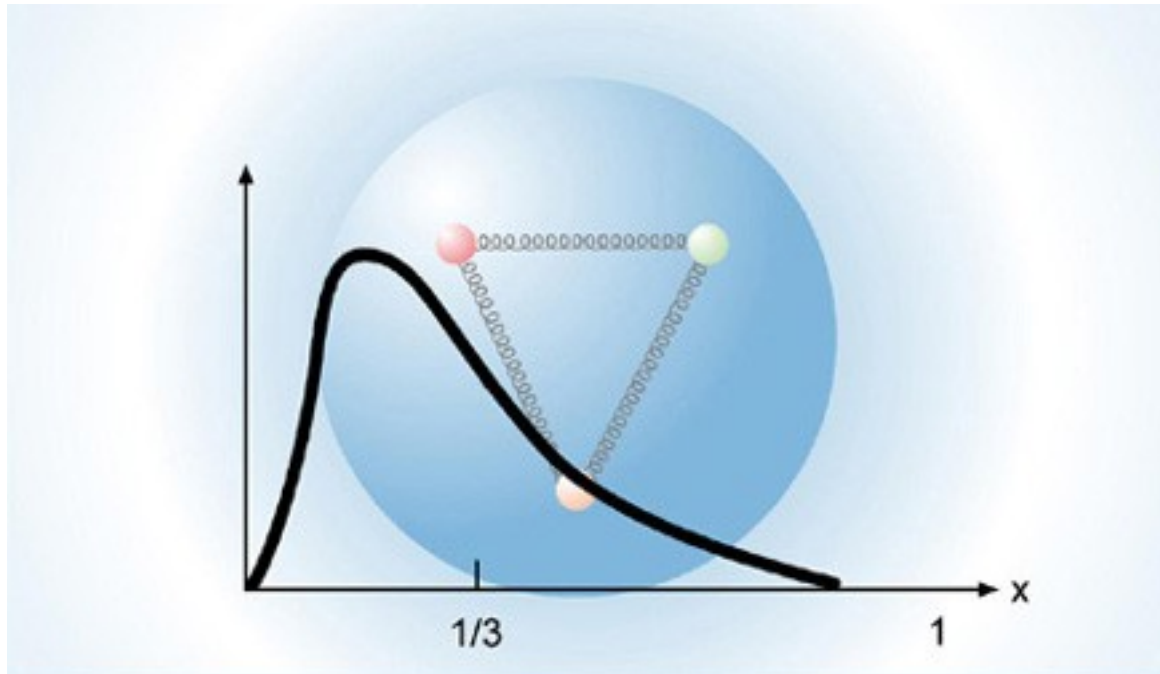
Transversalimpuls haben

# Experimentelle Bestätigung: Partonen sind Fermionen



# Welche Partonverteilung erwarten wir?

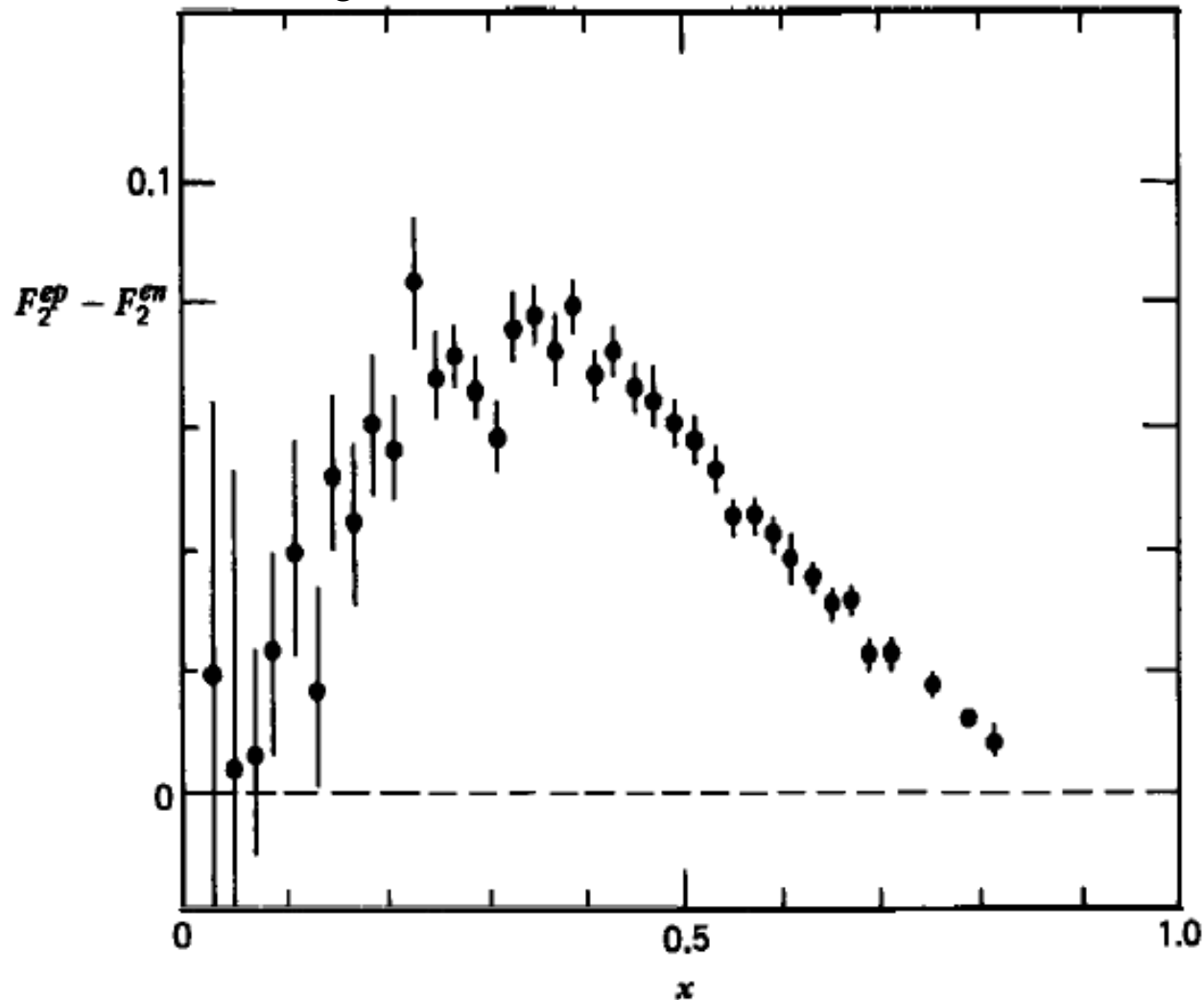




Analogie zum "Lamb"-  
Shift

# Differenzmessung: Proton- und Neutron-Strukturfunktionen

$F_2^p - F_2^n$ : Anteil der Seequarks verschwindet nach Bildung der Differenz der Strukturfunktionen





# Experimentelle Ergebnisse von HERA (1992-2002)

- Messungen mit dem H1 und ZEUS-Detektor am HERA ep-Speicherring ( $E_p = 920$  GeV,  $E_e = 27.5$  GeV)

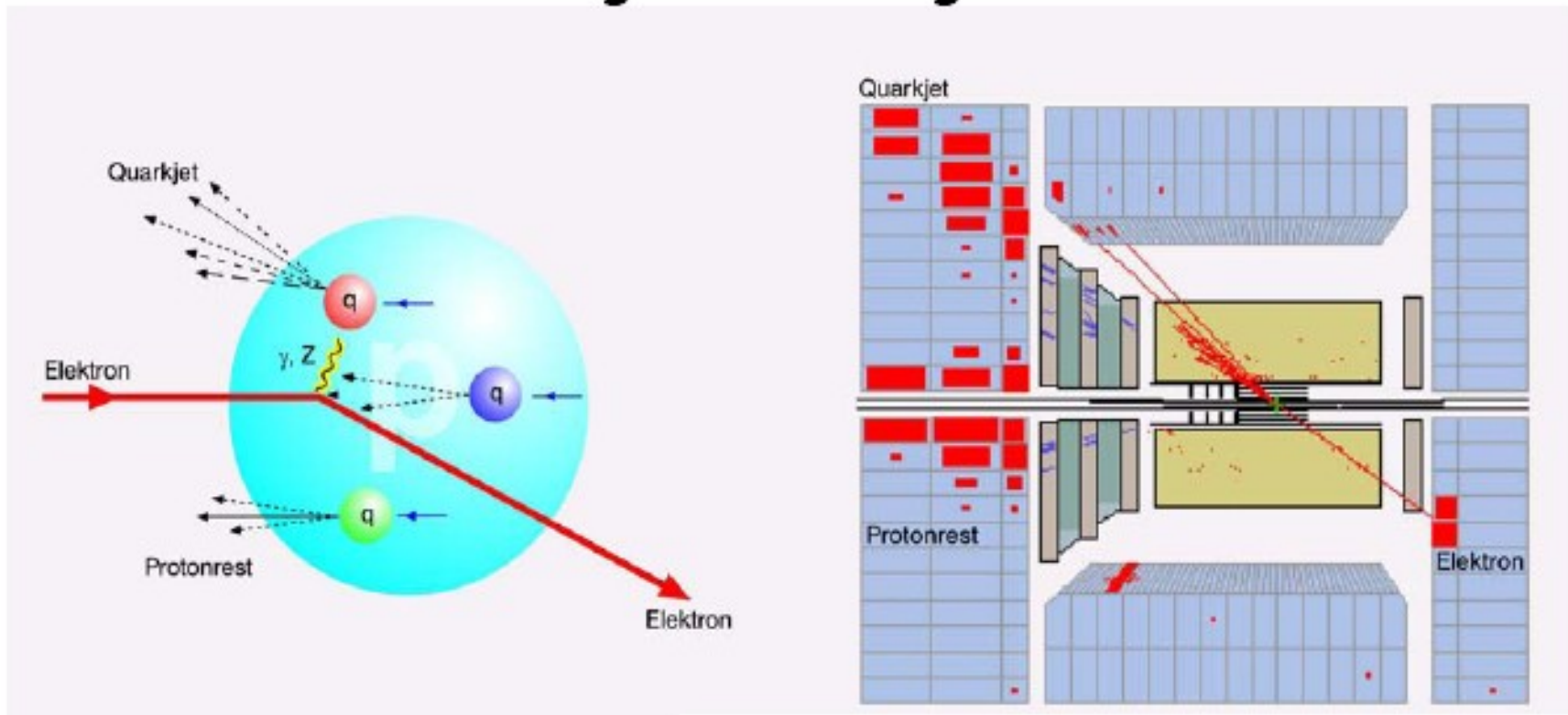


# Experimentelle Ergebnisse von HERA (1992-2002)

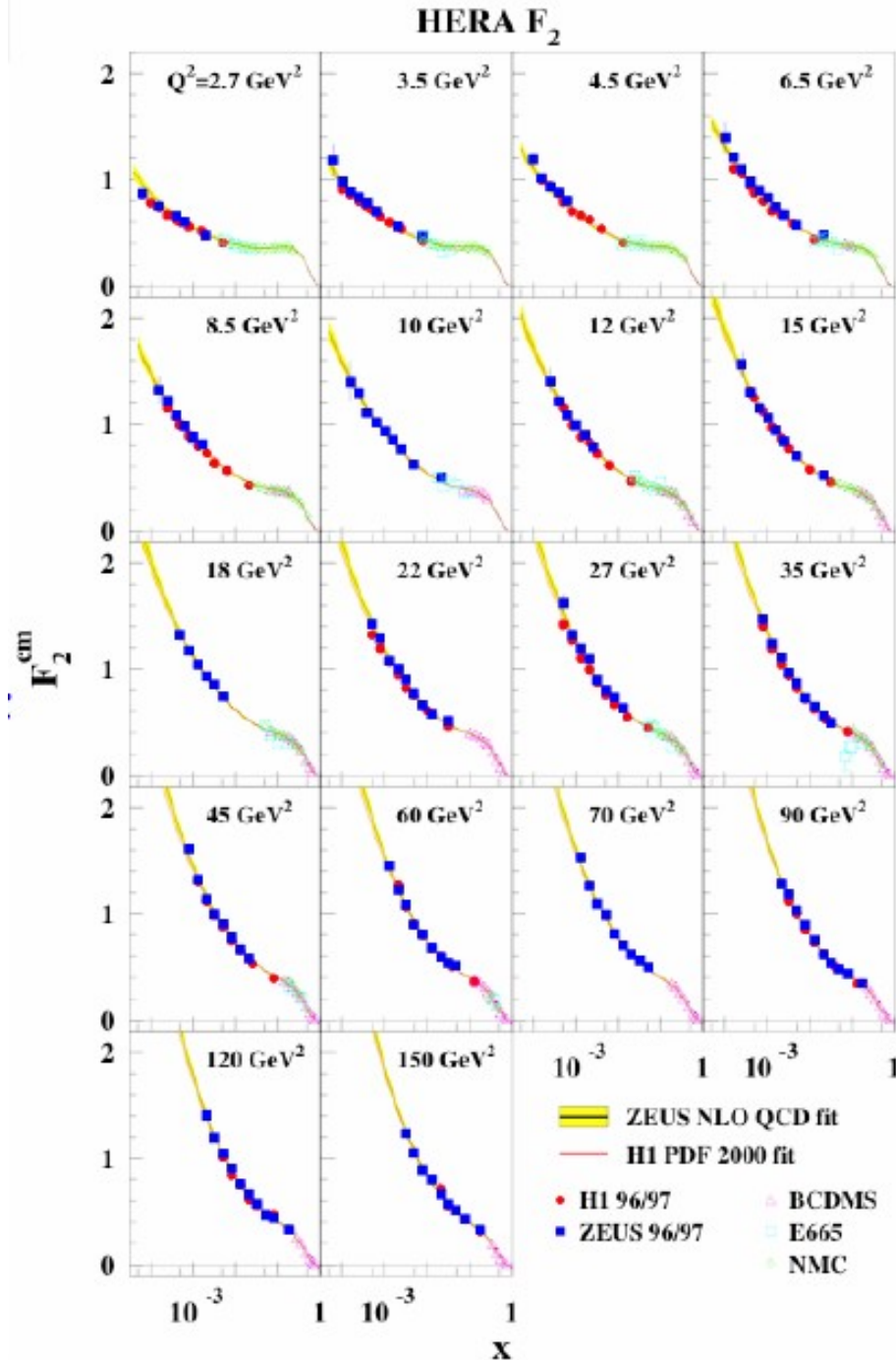
- Messungen mit dem H1 und ZEUS-Detektor am HERA ep-Speicherring

bildliche Darstellung

Ereignis im ZEUS-Detektor



# Messung von $F_2(x, Q^2)$



Festes  $Q^2$ :  $F_2(x)$

Bereich der Valenzquarks:  
( $x \sim 0.02 \dots 1$ ):

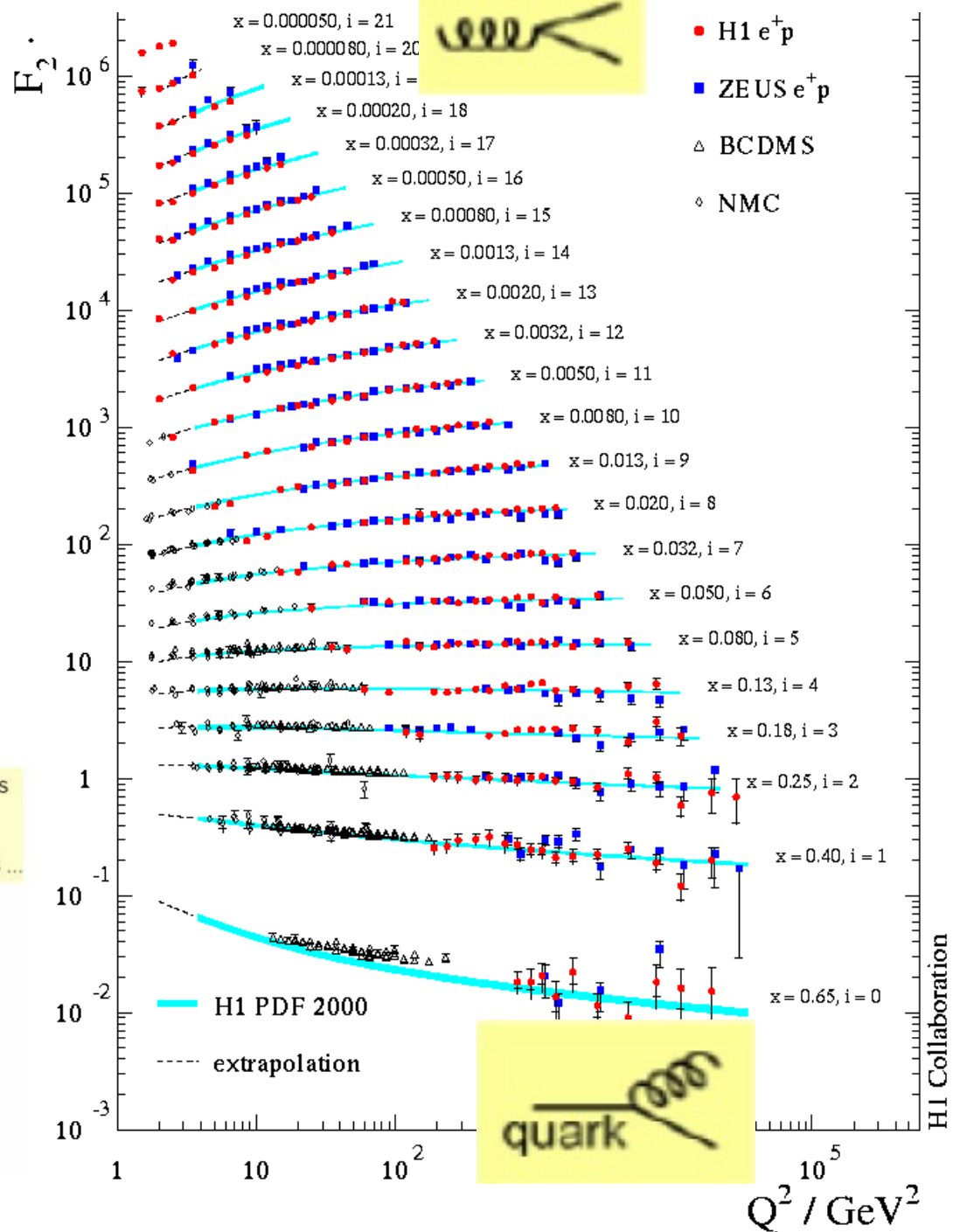
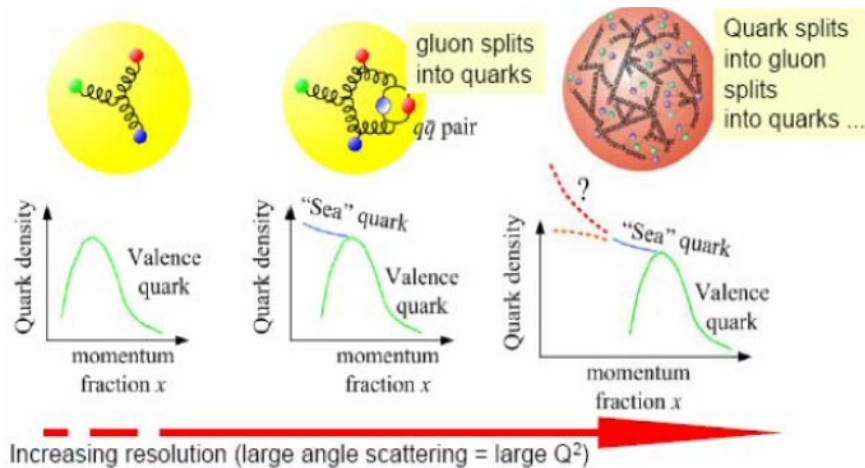
Bereich der "See"-Quarks:  
( $x < 0.02$ )



Starkes Anwachsen  
der Zahl der  
Seequarks bei kleinem  
 $x$  mit wachsender  
Auflösung  $Q^2$

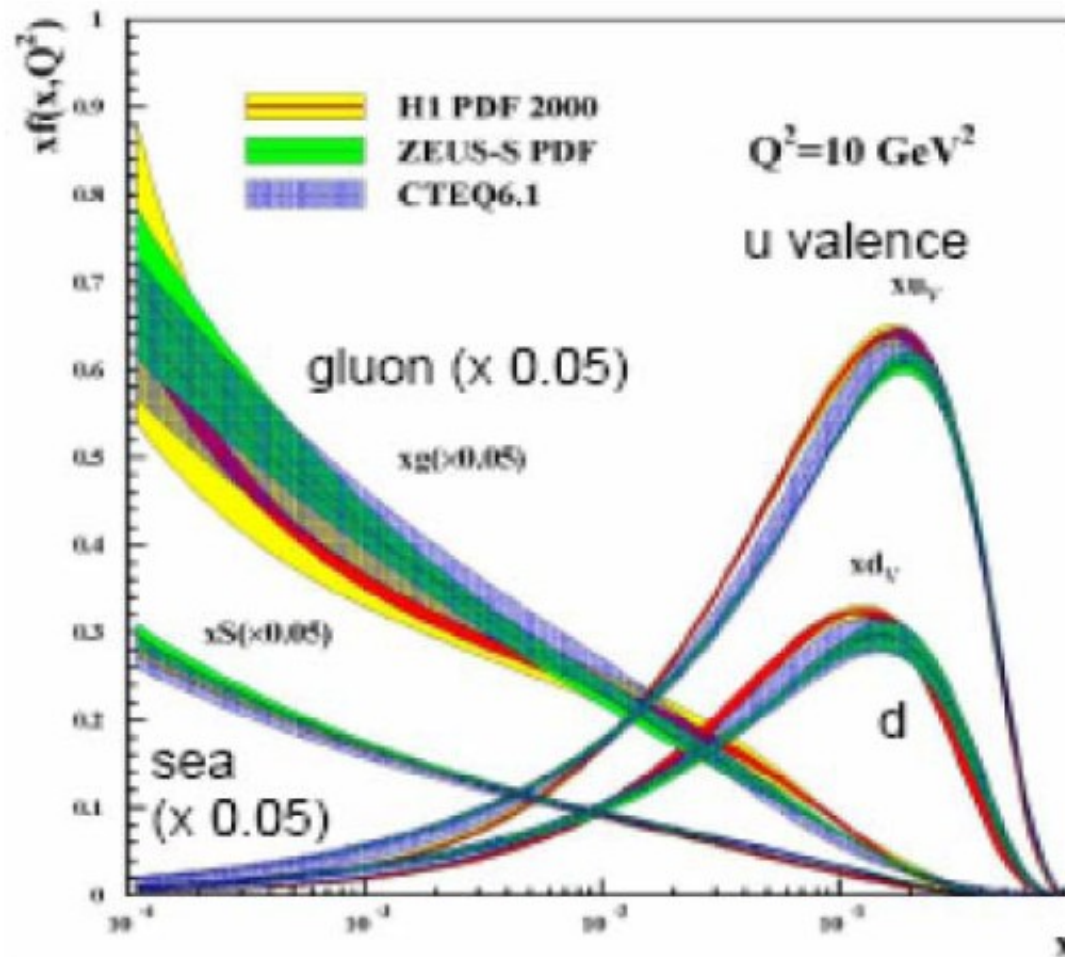
# Messung von $F_2(x, Q^2)$

- Valenzquarkbereich ( $x > 0.02$ ): mit wachsendem  $Q^2$  mehr "nackte" Quarks -> Anzahl der Quarks nimmt ab
- "See"-Quarkbereich: mit  $Q^2$  zunehmende Zahl von Quark-Antiquark-Paaren, die von Gluonen abgestrahlt werden -> Anzahl der Quarks nimmt zu
- Aus der Änderung der Quarkzahlen -> Gluondichte (Vergleich mit QCD Vorhersagen)



# “Bild” des Protons bei $Q^2=(10 \text{ GeV})^2$

$xf(x)$  für die Valenz- und  
Seequarks



# Erweiterung des Parton-Modells: DGLAP-Gleichung

Entwicklung von  $F_2(x, Q^2)$  in der Störungstheorie möglich.

Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli, Parisi (DGLAP):

Entwicklung der Partondichten in Abhängigkeit von  $Q^2$

$$\frac{dq_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} [q_i(z, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{z}\right) + g(z, Q^2) P_{qg}\left(\frac{x}{z}\right)]$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} [\sum_i (q_i(z, Q^2) + \bar{q}_i(z, Q^2)) P_{gq}\left(\frac{x}{z}\right) + g(z, Q^2) P_{gg}\left(\frac{x}{z}\right)]$$

## Partondichten (PDF)

$q_i(x, Q^2)$  ... Quark  $i$  bei  $x$ ,  $Q^2$

$g(x, Q^2)$  ... Gluon bei  $x$ ,  $Q^2$

$P_{ij}(x/z)$  ... Splitting Funktionen,

z.B.  $P_{qq}(x/z)$ :  $q(x) \rightarrow q(z)$

Im Quark-Parton-Modell erhält man  $F_2$  aus den Partondichten:

$$F_2(x, Q^2) = x \sum_i e_i^2 [q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2)]$$

# Splitting-Funktionen

Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich ein Parton  $i$  in ein Parton  $j$  mit Impulsanteil  $z$  umwandelt.



Splitting-Funktionen sind in perturbativer QCD berechenbar.

In führender Ordnung nehmen die Funktionen eine einfache Form an.

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z}$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} (z^2 + (1-z)^2)$$

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+(1+z)^2}{z}$$

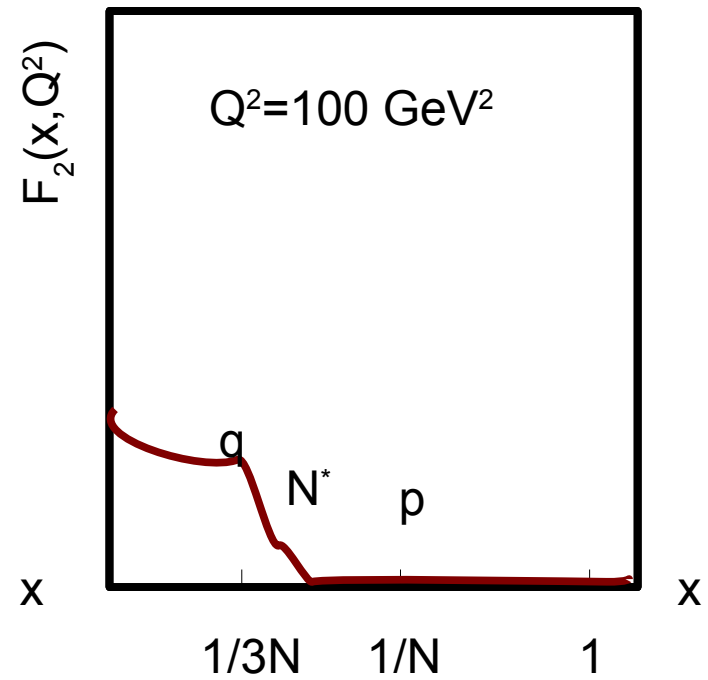
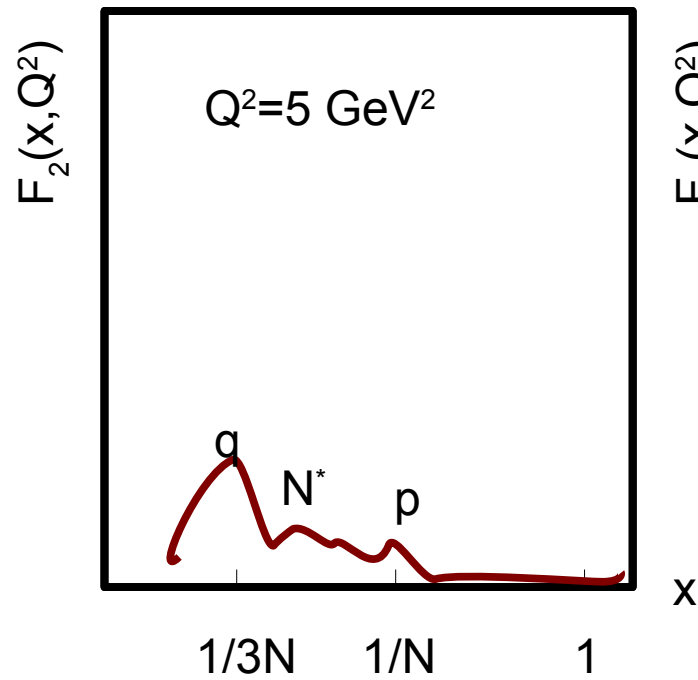
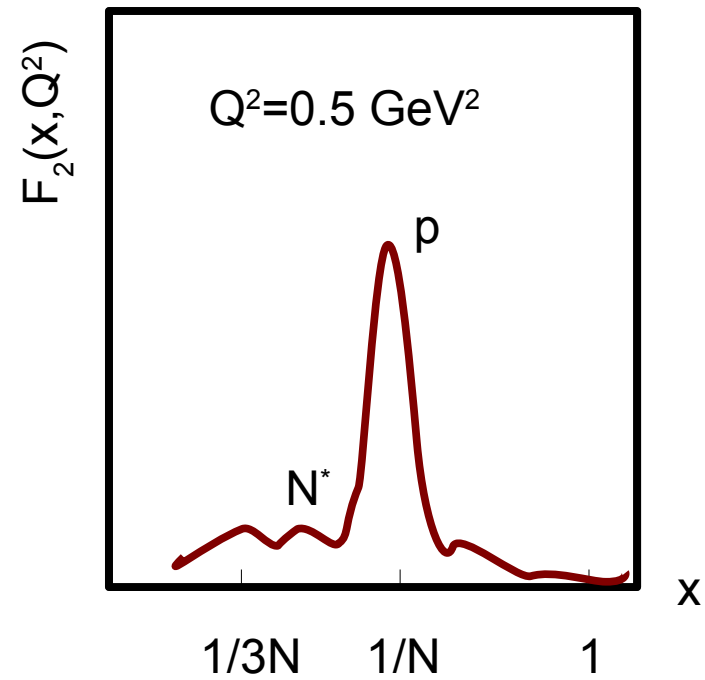
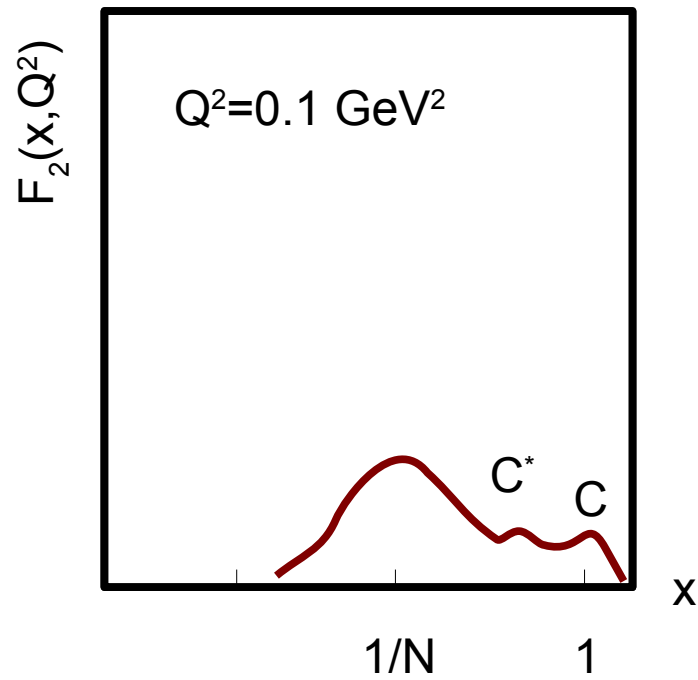
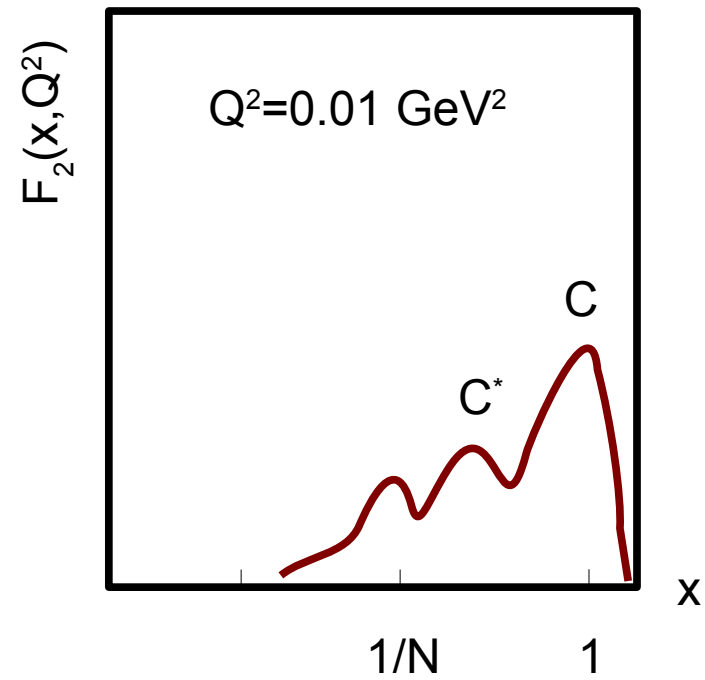
$$P_{gg}(z) = 6 \left( \frac{z}{1-z} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right)$$

# Zusammenfassung: “DIS”\*

- Lepton-Nukleon-Streuung: Struktur der Nukleonen experimentell bestimmt
- QCD-Vorhersagen der  $Q^2$ -Abhängigkeit bestätigt (DGLAP)
- Valenzquarks für große  $x$ : Mit zunehmendem  $Q^2$  sinkt die Zahl der Valenzquarks
- Seequarks und Gluonen: bei kleinem  $x$  steigt die Zahl der SQ&Gluonen mit  $Q^2$
- ~50% des Gesamtimpulses wird von Gluonen getragen

\*Deep Inelastic Scattering





# Zusammenfassung Kapitel 8

- Starke Kopplung hängt von  $r=hc/2\pi Q$  ab:
  - $r < 0.2$  fm –  $\alpha_s$  klein: **perturbative QCD**
  - $r > 0.2$  fm –  $\alpha_s$  groß: **nicht-perturbative QCD**
- Hadronreaktionen:
  - Bei kleinen Energien: Resonanzen
  - Bei hohen Energien: “optischer” Bereich. Hadronen erscheinen als “graue” Scheiben, dessen Radien mit Energie zunehmen, Beschreibung mit Regge-Theorie (Zusammenhang mit QCD nicht klar)
  - Optisches Theorem: Zusammenhang totaler und elastischer Wirkungsquerschnitt
- Alle 6 Quarksorten experimentell nachgewiesen
- Mesonen und Barionen als Quark/Anti-Quark bzw. qqq System aufgebaut
- Aus Charmonium/Bottomonium: QCD Potential
- Lepton-Nukleon (DIS)-Streuung: Bestimmung der Nukleon-Struktur.