TEILCHENPHYSIK FÜR FORTGESCHRITTENE

Die starke Wechselwirkung und Quantenchromodynamik,
Teil II (in Anlehnung an Skript R. Klanner/T. Schoerner)

Caren Hagner
Achim Geiser

Universität Hamburg, IExpPh
Sommersemester 2007

ÜBERBLICK

1. Die quantenmechanische Beschreibung von Elektronen
2. Feynman-Regeln und –Diagramme
3. Lagrange-Formalismus und Eichprinzip
4. QED

Einschub: Beschleuniger und Experimente

5. Starke Wechselwirkung und QCD
   - 5.1 Einleitung: Quarks und Farbe
   - 5.2 Einschub: Gruppentheorie und Anwendungen
   - 5.3 QCD: die Theorie der starken Wechselwirkung: SU(3)-Eichinvarianz, Gell-Mann-Matrizen, Masselosigkeit der Gluonen, Lagrange-Dichte der QCD, Renormierung, "running coupling", asymptotische Freiheit und Confinement
   - **5.4 Anwendung: Jets, Fragmentation, Entdeckung des Gluons, Messung des Gluonspins**
   - **5.5 Perturbative QCD: Wirkungsquerschnitte, Messung von α_s**
   - **5.6 Tief-unelastische Streuung**

5.4 Fragmentation+Jets

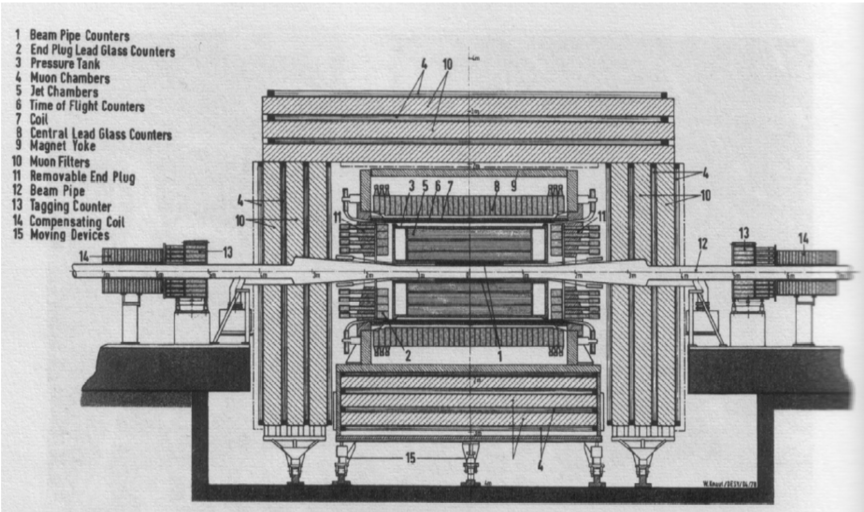
Wie sehen Detektoren Quarks und Gluonen?

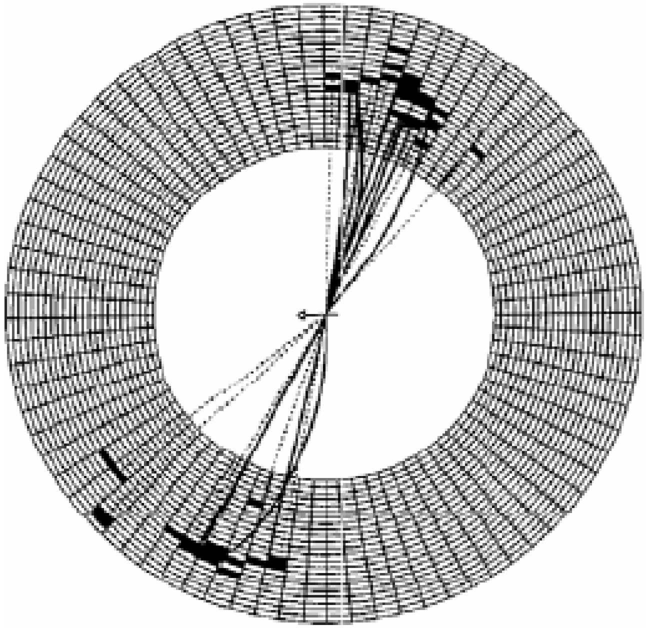
- werden Quarks/Gluonen getrennt →
  Abstrahlung von QCD-Feldquanten $g - q\bar{q}$
  mit kleinen (~ Λ=0.2 GeV) Transversalimpulsen
  (Fragmentation)

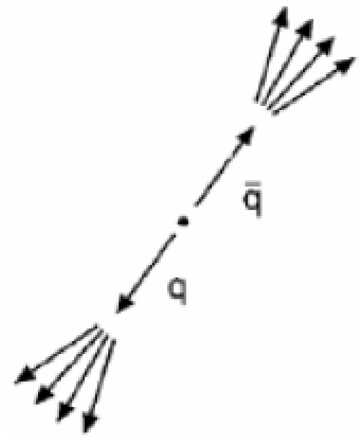
→ für hohe Transversalimpulse → enges $\vec{p}$
Teilchenbündel (Jet), aus dem sich im Detektor
des Quarks/Gluon rekonstruieren lässt

- Fragmentation = statistischer Prozess mit
  großen Fluktuationen in Anzahl und Art der
  Teilchen ($\pi^\pm, \pi^0$, $K^\pm$, K^0, … p, n, …)

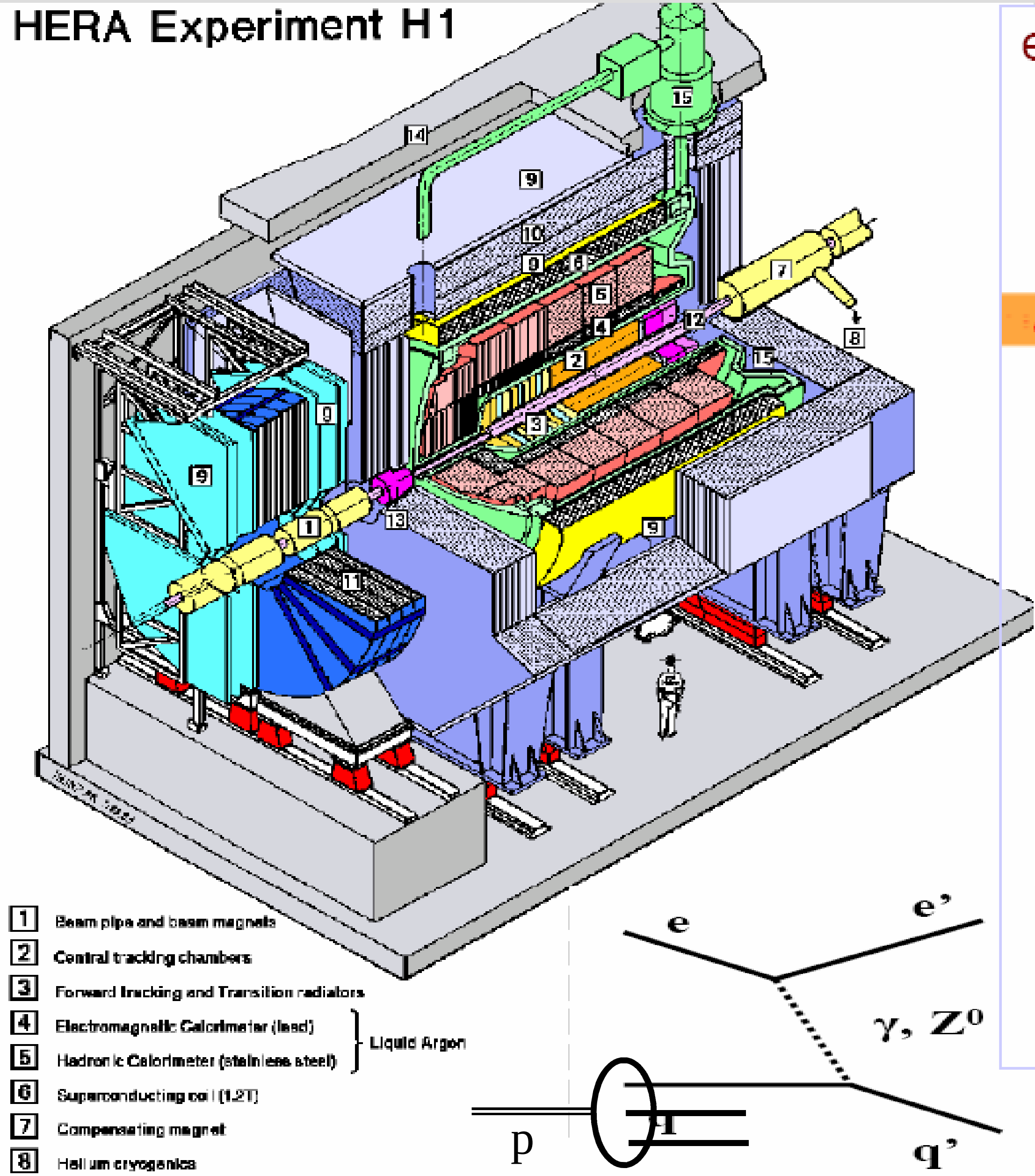
→ Nachweis durch Spurdetektor und Kalorimeter

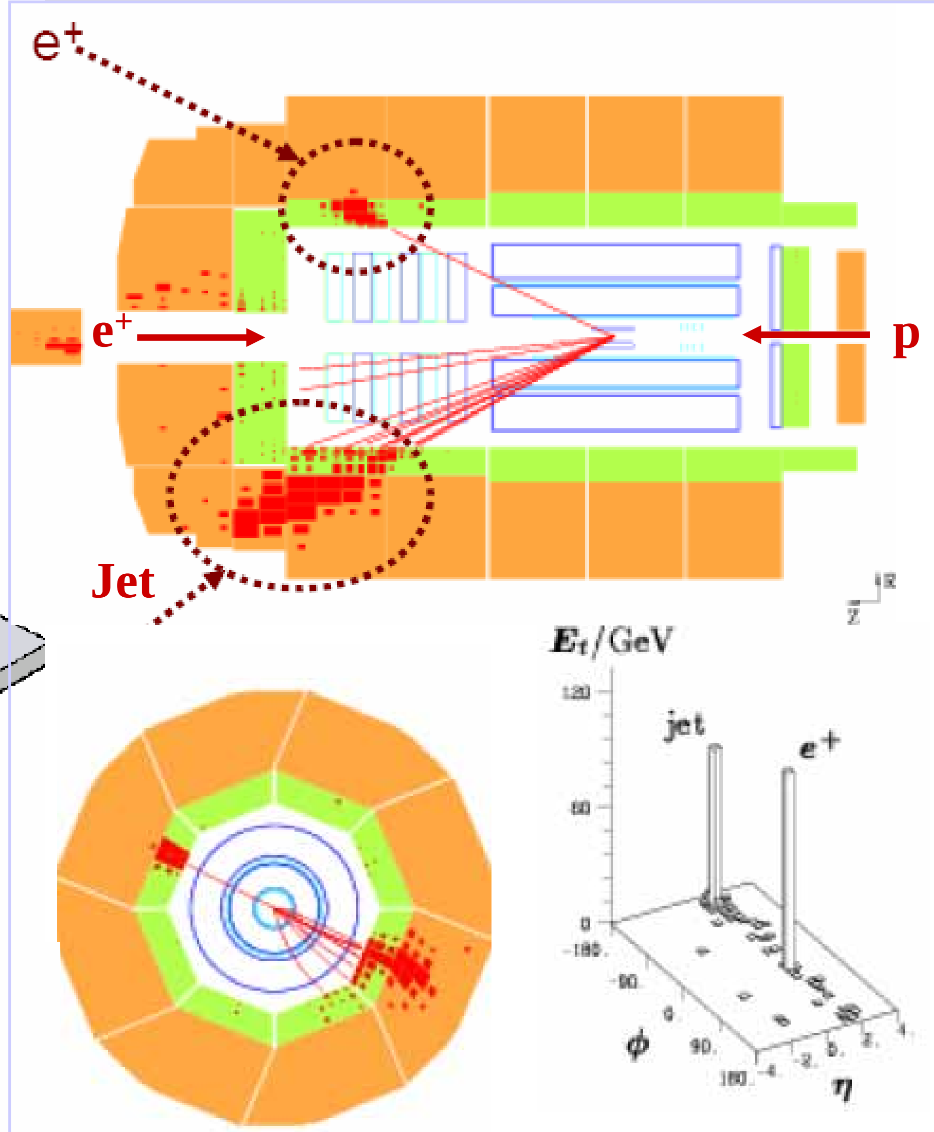






5.4 Jets

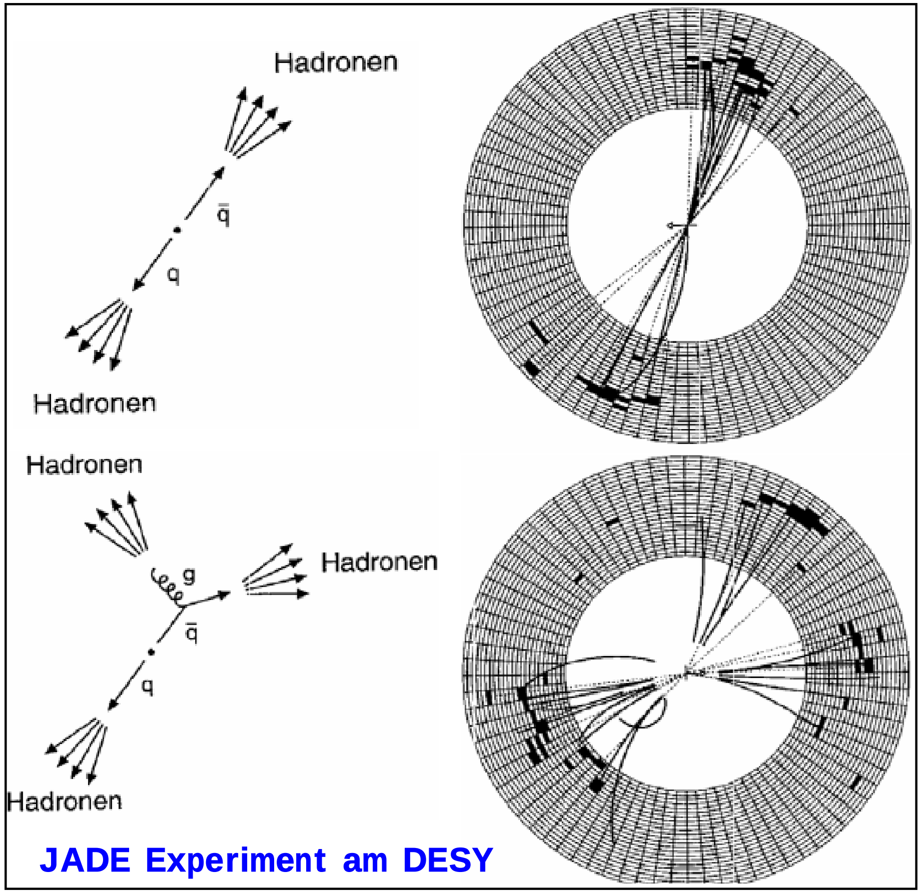

HERA Experiment H1
1 Beam pipe and beam magnets
2 Central tracking chambers
3 Forward tracking and Transition radiators
4 Electromagnetic Calorimeter (lead)
5 Hadronic Calorimeter (stainless steel)
Liquid Argon
6 Superconducting coil (1.2T)
7 Compensating magnet
8 Helium cryogenics
e
e'
γ, Z⁰
p
q
q'

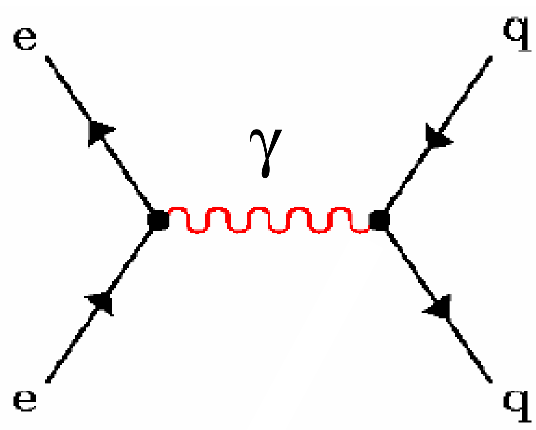

e+
e+
p
Jet
Et/GeV
jet
e+
φ
η

5.4 Jets – Entdeckung der Gluonen - 1979

DESY-PETRA: Wichtiger experimenteller Schritt auf dem Weg zur QCD:

3-Jet Ereignisse → „Nachweis“ der Gluonen

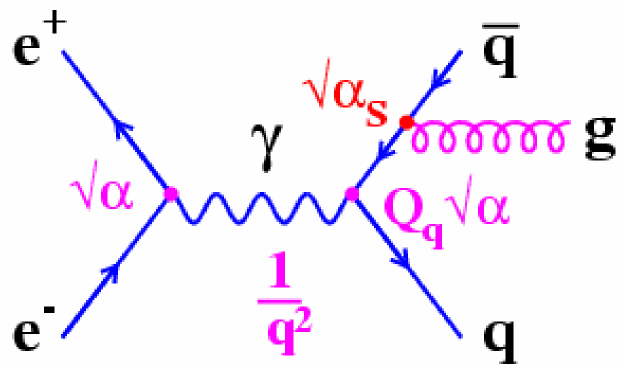




In ~ α_S [~10%] der Ereignisse wird ein Gluon abgestrahlt

→ Bestätigung der QCD-Vorhersage,

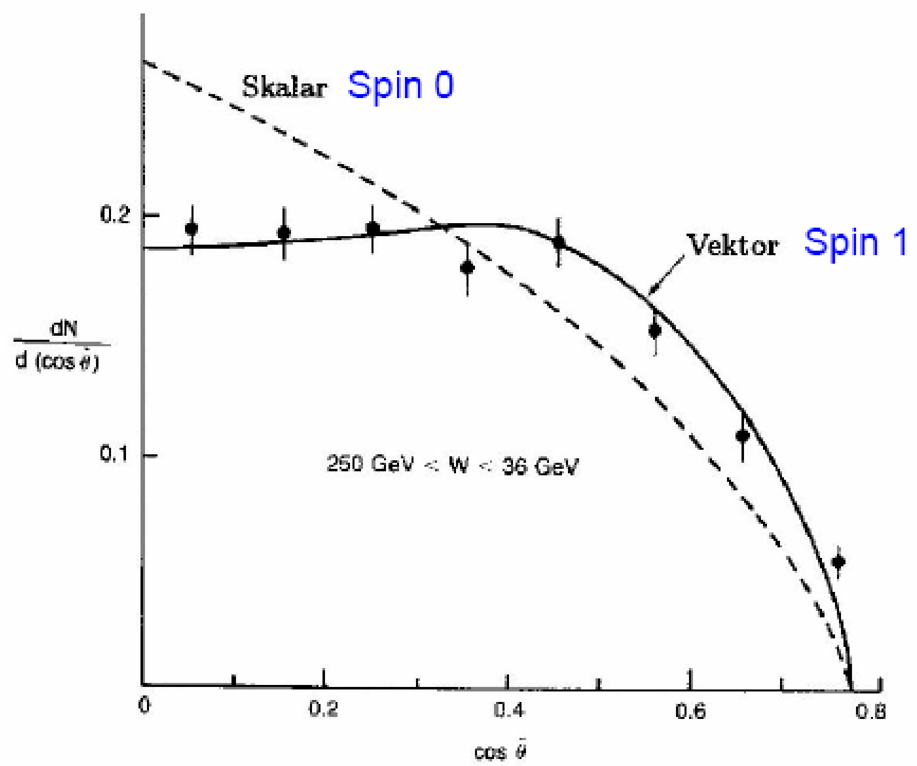
→ Möglichkeit α_S zu bestimmen



5.4 Spin und Farbladung der Gluonen

Spin der Gluonen:

- abgestrahltes Gluon (statistisch) hat kleineren Impuls als die beiden Quarks
- Winkel des höchst-energetischen Jets zur Achse der beiden anderen Jets empfindlich auf Gluon-Spin (Berechnung im Rahmen der QCD) – bereits bei den PETRA-Experimenten gezeigt

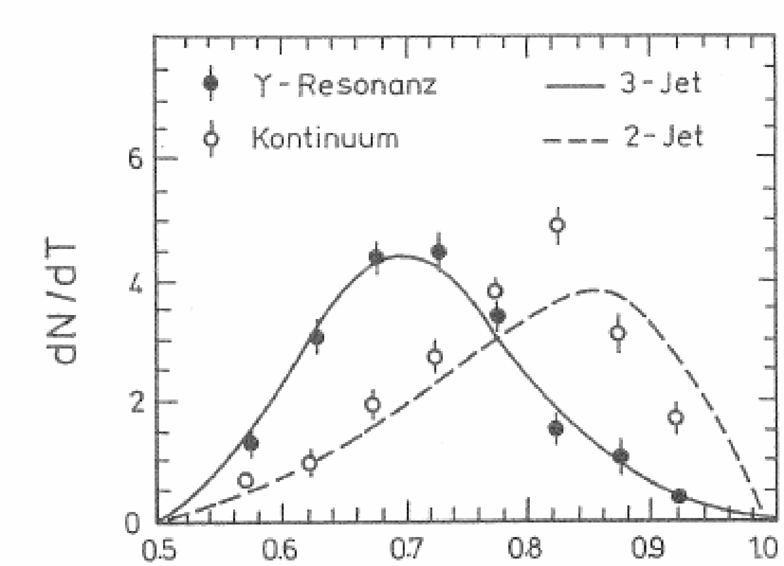


→ **Spin der Gluonen: 1**

Farbladung der Gluonen:

$\Upsilon(b\bar{b})$ -Resonanz hat $J^{PC}=1^{--}$ → gg-Zerfall wegen C-Paritätserhaltung in der starken WW verboten

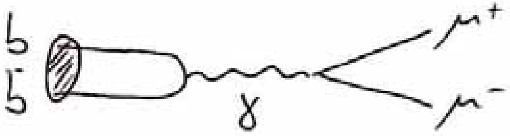
- für Farb-neutrale Gluonen wäre der Zerfall $\Upsilon - g - q\bar{q}$ erlaubt
- kann durch Ergebnisse PLUTO-Experiment (DESY 1979) ausgeschlossen werden



Trust: Maß für Isotropie der erzeugten Teilchen:
T = 0.5 ... isotrop
T = 1.0 ... 2 entgegengesetzt fliegende Teilchen
(Kontinuum: ~90% 2 Jets, 10% > 2 Jets)

Farbladung der Gluonen

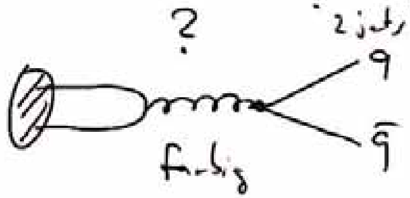
Υ :



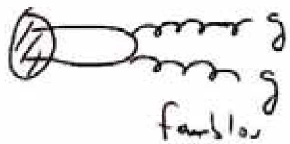
erlaubt

$\Rightarrow$ gleiche Quantenzahlen wie γ : $J^{PC} = 1^{--}$

farblos



verboten!



<u>2 jets</u>

aber : $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}$
$\neq 1^{--}$

<u>verboten!</u>

Υ

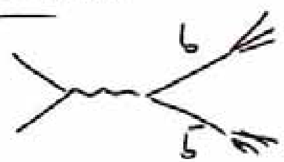
<u>'3 jets'</u>

erlaubt

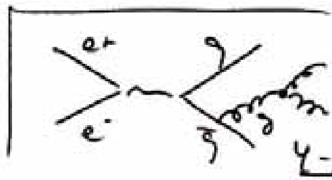
$J^{PC} = 1^{--}$

-o-o--

<u>Kontinuum :</u>



<u>2 jet</u>

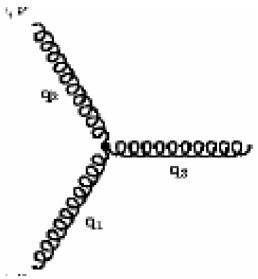


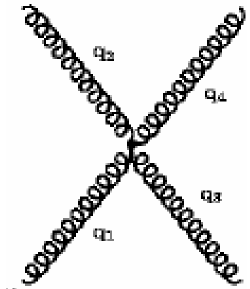
<u>4-jet</u>

5.4 Farbladung der Gluonen + Zusammenfassung

Farbladung der Gluonen (cont.):

Außerdem wurde in zahlreichen Studien zu den Winkelverteilungen in 3-, 4-, und 5-Jet-Ereignissen bei z.B. e^+e^- (LEP) und ep (HERA) die Stärke der 3- und 4-Gluonenkopplung wie vorhergesagt gemessen.





Zusammenfassung:

- **QCD**: Eichinvariante Quantenfeldtheorie nach dem Muster der QED (Drehung im 1-dim Ladungsraum → Drehung im 3-dim Farbraum = nicht Abelsche Eichtheorie – SU(3))
- Schleifendiagramme: Gluonenbeiträge > Quarkbeiträge → Kopplungskonstante nimmt bei kleinen Abständen (Impulsüberträge groß) ab

→ asymptotische Freiheit (→ perturbative QCD)
→ Confinement (→ nicht-perturbative QCD)

(komplexe Struktur des Vakuums dank Quantenfluktuationen)

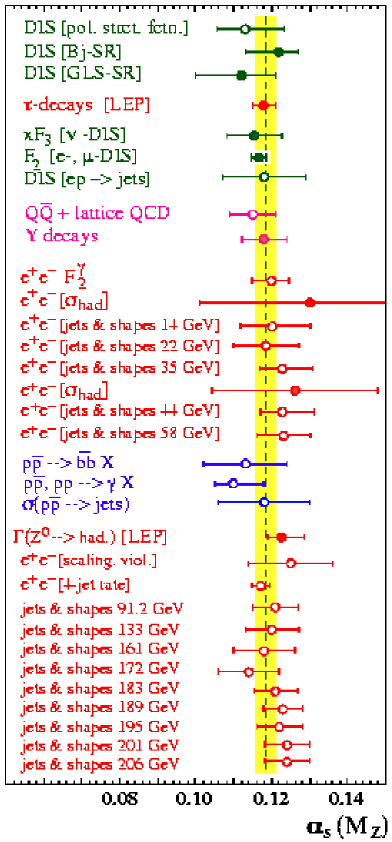
- Experimente bestätigen QCD (davon mehr)

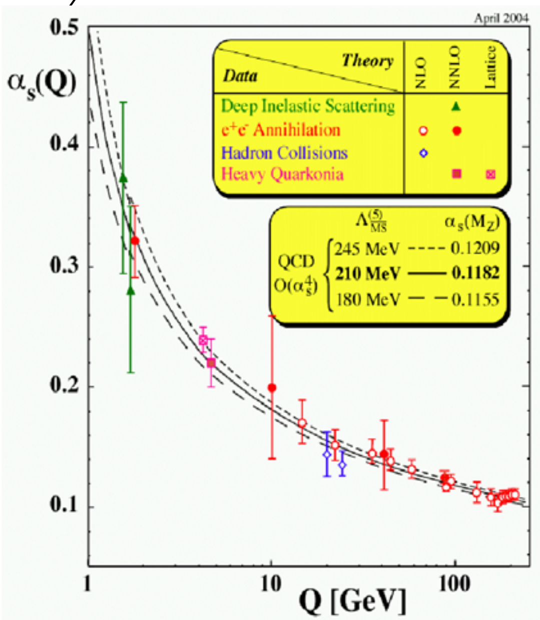
5.5 perturbative QCD: SKALENABHÄNGIGKEIT VON α_S

Theorie (erste Ordnung, M_Z = 91.2 GeV):

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S(M_Z^2)}{1 + \frac{(33-2n_f)}{12\pi}\alpha_S(M_Z^2)\ln\frac{Q^2}{M_Z^2}}$$

Entweder wird Kopplung bei Skala $Q^2 \neq M_Z^2$ gemessen und dann (zwecks Vergleichbarkeit) mithilfe obiger Gleichung zur Skala M_Z^2 "evolviert".





Oder Messungen werden bei "ihrer" Skala dargestellt und mit theoretischer Vorhersage für $\alpha_S(Q^2)$ für gegebenes $\alpha_S(M_Z^2)$ (z.B. Weltmittelwert) verglichen.

Aktuelles Weltmittel

$\alpha_S(M_Z)$=0.1176(20) [PDG 2006]
$\alpha_S(M_Z)$=0.1182(27) [Bethke]

HERA (NLO)

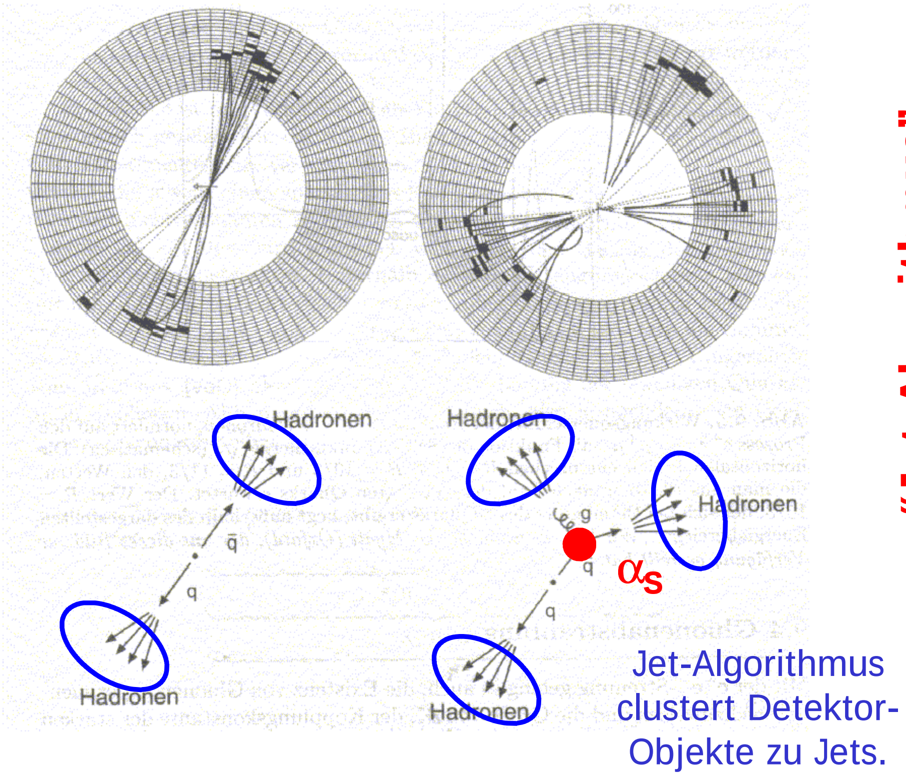
$\alpha_S(M_Z)$=0.1186± 0.0011(exp)±0.0050(th)

Der Weltmittelwert hat einen deutlich kleineren (theoretischen) Fehler als der HERA-Wert – hier fliessen theoretisch besser verstandene Resultate ein (HERA: nur nächstführende Ordnung QCD – "next-to-leading order", NLO).
HERA liefert aber die Werte mit dem kleinsten experimentellen Fehler (Theorie kann später nachgebessert werden).

Im Folgenden Diskussion verschiedener exp. Bestimmungen der starken Kopplung α_S:
– 3/4-Jet-Raten in e^+e^--Kollisionen (LEP)
– Skalenverletzungen in DIS (HERA)
– Jet-Physik in ep-Streuung (Tevatron ähnlich)
(nicht erwähnt: τ-Zerfall, Z-Zerfall, interne Struktur von Jets, Gittereichtheorie, Υ-Zerfall, ...)

5.5 α_S AUS JETS IN e^+e^- (PETRA, LEP)

Erinnerung: 3-Jet-Ereignisse bei PETRA → Sensitivität auf starke Kopplung α_S:



3-Jet-Rate naiv in nächstführender Ordnung QCD:

$$R_3(\sqrt{s}) = \frac{\sigma_3}{\sigma_{total}} \approx \frac{\alpha_S + \alpha_S^2}{1+\alpha_S} \propto \alpha_S(\sqrt{s})$$

Relevante Energieskala: $\mu \sim \sqrt{s}$.

"Jet-Algorithmus"

Praktisch leicht anderes Vorgehen: Bestimme für verschiedene $\sqrt{s}$ die Abhängigkeit von einer bestimmten Variablen, typisch y_{cut}:

– Definiere "Abstand" zweier Teilchen i,j: y_{ij}, für alle Teilchen im Ereignis:

$$y_{ij} = \frac{2\min\left(E_i^2, E_j^2\right)}{s}\left(1-\cos\theta_{ij}\right)$$

– Falls ein $y_{ij} < y_{cut}$, mit y_{cut} vordefiniert, dann kombiniere Teilchen i,j zu neuem "Teilchen" ij:

$$p_{ij}^{\mu} = p_i^{\mu} + p_j^{\mu}$$

– Neues Clustering mit den "Teilchen" ij. Clustering endet, falls alle $y_{ij} > y_{cut}$. Die dann verbleibenden "Teilchen" sind Jets.

– Damit hängt aber Anzahl der Jets von y_{cut} ab:
  – y_{cut} klein → Jets werden nicht lange geclustert → eher mehr Jets.
  – y_{cut} gross → eher weniger Jets.

Betrachte R_3 (oder R_4) als Funktion von y_{cut} (→)

$$R_4(y_{cut}) \propto A(y_{cut})\alpha_S^2 + B(y_{cut})\alpha_S^3$$

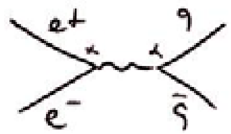
→ in R_4 höhere Sensitivität für Kopplung als in R_3!

α_s AUS JETS IN e^+e^-

002

$e^+e^- \to$ jets

(A) 0. Ordnung

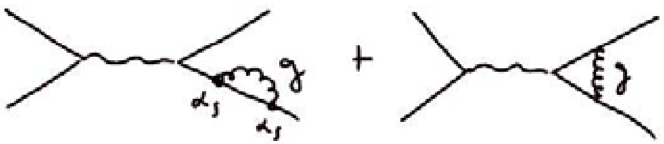


$:= 1$

(B) 1. Ordnung

$\sim \alpha_s$

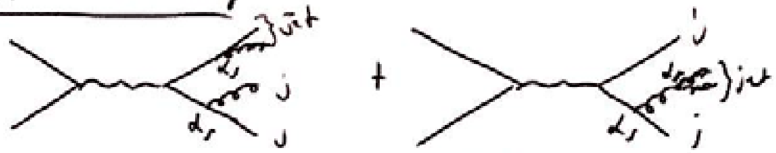
(C)



$\sim \alpha_s^2$

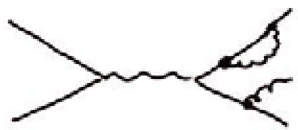
aber: Interferenzterm: $\sim \sqrt{1 \cdot \alpha_s^2} = \alpha_s$

(D) 2. Ordnung



+ Interferenzterm mit (B) $\sim \alpha_s^2$

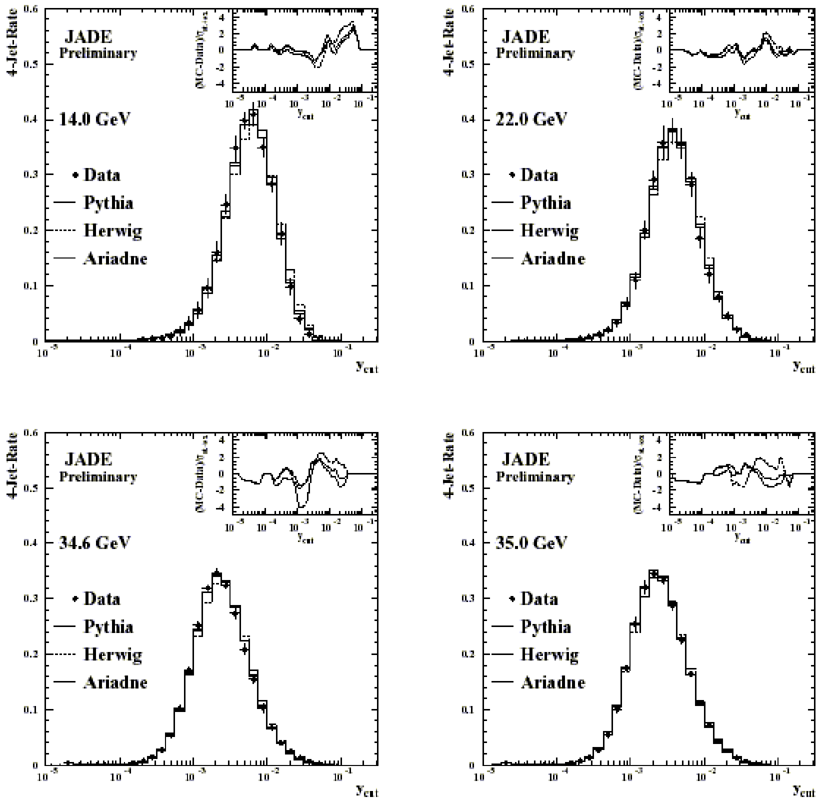
z.B.



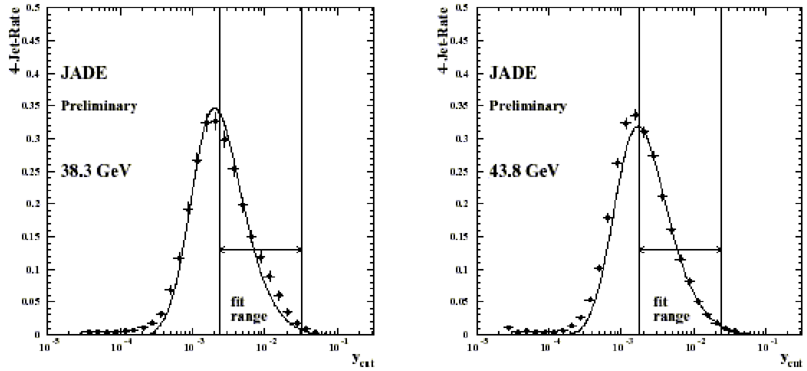
5.5 α_S AUS JETS IN e^+e^- (PETRA, LEP)

Ergebnisse JADE (PETRA):

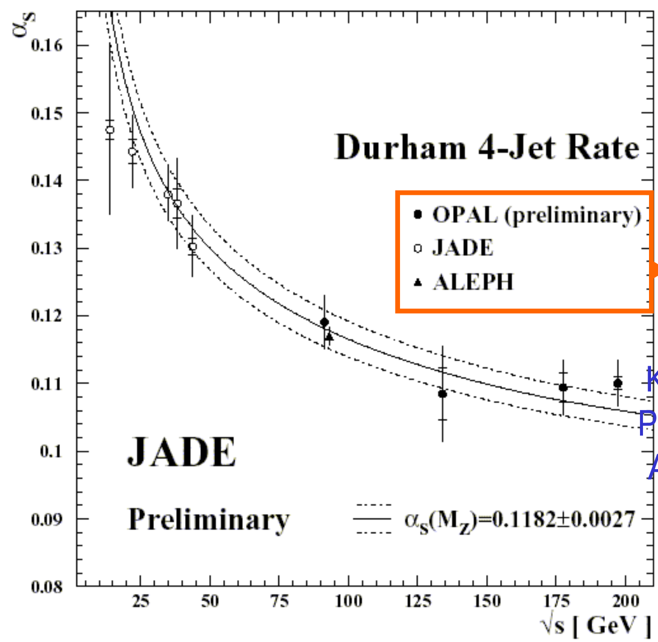
R_4 als Funktion von y_{cut} für verschiedene sqrt(s).



Theorie (Kurven) hängen von α_S ab → Anpassung (Fit) der Theorie an Daten in bestimmten Messbereichen durch Variation von α_S (→).



Ergebnis:
Kopplung als Funktion der Schwerpunktsenergie!



Kombination von PETRA und LEP!!!
Alte JADE-Daten neu belebt!!!!

5.6 TIEFUNELASTISCHE ep-STREUUNG

Normalerweise “historischer” Weg:
– Rutherford mit Spin-1/2-Geschossen (elastisch)
– Spin des Targets (→ Mott-WQS)
– Ausdehnung des Targets (→ Formfaktoren, Rosenbluth-Formel)
– Übertragung auf den inelastischen Fall

Jetzt anders:
– Das Proton hat (punktförmige) Konstituenten!
– inelastische ep-Streuung = elastische Streuung an einem der Konstituenten.
– grosser Energieübertrag des Elektrons $\nu \equiv E-E'$, entspricht kurzer Zeitdauer der Wechselwirkung
→ inkohärente Streuung an einzelnen “Partonen”.
– Annahme: Partonen haben Spin-1/2
→ Anwendung der Erfahrung aus eμ-Streuung:

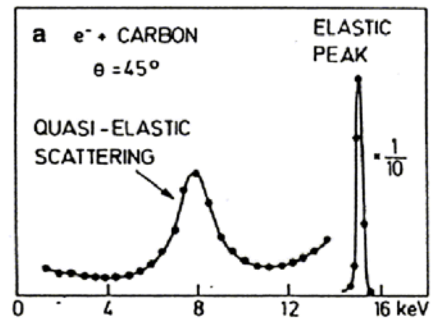
$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{(Q^2)^2}\left(1 - \frac{Q^2}{\tilde{s}} + \frac{1}{2}\frac{Q^4}{\tilde{s}^2}\right)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}, \quad \tilde{s} = s - M_\mu^2$$

Von diesem Ausdruck ausgehend soll jetzt der WQS der ep-Streuung abgeleitet werden.

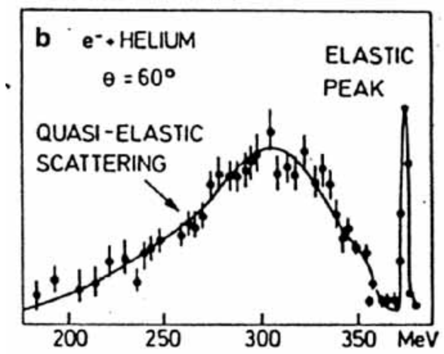
Plausibilität der Annahme von Konstituenten (Anleihe bei Atom/Kern-Physik):

Streuung von Elektronen an Atomen:



Elastische Streuung an einzelnen Hüllenelektronen

Streuung von Elektronen an Kernen:

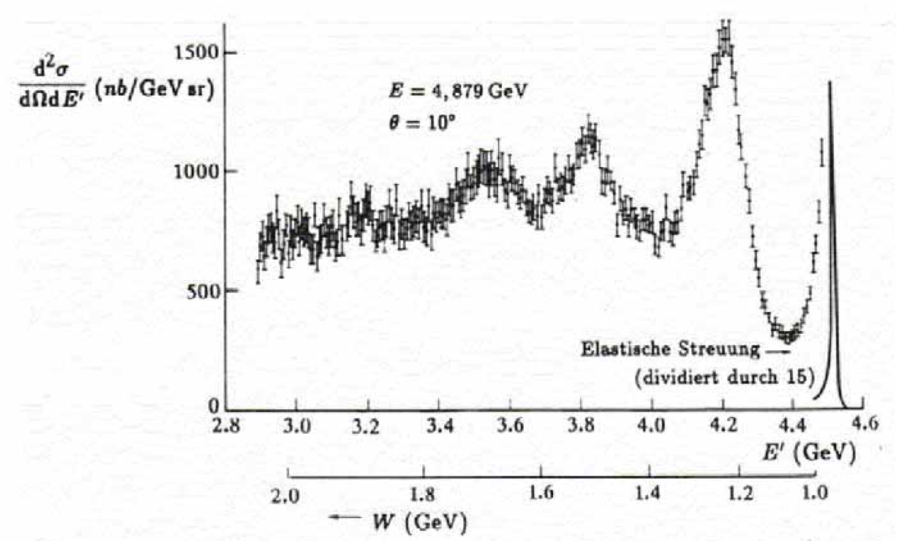


Elastische Streuung an einzelnen Kernbestand-teilen (p,n)

Inelastische Streuung an ausgedehntem Objekt = elastische Streuung an Bestandteil + Fermi-Verschmierung!

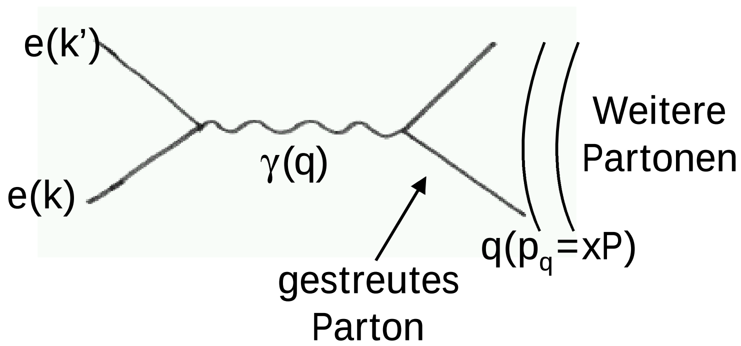
5.6 TIEFUNELASTISCHE ep-STREUUNG

Anwendung auf ep-Streuung (4.9-GeV-Elektronen auf Wasserstoff-Target):



→ Es gibt (punktförmige) Konstituenten im Proton!

→ Modifikation des eμ-Bildes (P=Impuls des Protons):



Historische (aus der Hadronspektroskopie motivierte) Annahme:

- Es gibt drei Konstituenten mit Spin-1/2 (Valenzquarks u,u,d).
- Ladungen: Q_u=2/3, Q_d=-1/3.
- Diese tragen Bruchteile x_i, i=1,2,3, $0<x_i<1$, des Protonimpulses.

Modifikation des eμ-WQS:

$$\left.\frac{d\sigma}{dQ^2}\right|_{eq} = \frac{4\pi\alpha^2}{\left(Q^2\right)^2}\left(1-\frac{Q^2}{\tilde{s}_q}+\frac{1}{2}\frac{Q^4}{\tilde{s}_q^2}\right)\boxed{Q_q^2}$$

el. Quark-Ladung

Da die Streuung aufgrund kurzer Zeitdauer der WW inkohärent erfolgt:

$$\sigma_{ep} = \sum_i \sigma_{eq_i}$$

Problem: Was ist s_q?

$$\tilde{s}_q = (k+p_q)^2 = (k+xP)^2 = k^2 + x^2P^2 + 2xkP \approx 2xkP$$
$$s = (k+P)^2 = k^2 + P^2 + 2kP \approx 2kP$$

Also gilt: $\tilde{s}_q = xs$

Definiere W'keit, Quark i im Impulsintervall x, x+dx zu finden, mit $f_i(x)dx$ ("Partonverteilung") → WQS

5.6 TIEFUNELASTISCHE ep-STREUUNG

$$\left.\frac{d^2\sigma}{dQ^2dx}\right|_{ep} = \sum_{i=1}^{3} \left.\frac{d\sigma}{dQ^2}\right|_{eq_i} \cdot Q_{q_i}^2 \cdot f_i(x) = \frac{4\pi\alpha^2}{(Q^2)^2}\left(1-\frac{Q^2}{\tilde{s}_q}+\frac{1}{2}\frac{Q^4}{\tilde{s}_q^2}\right)\cdot\sum_{i=1}^{3} Q_{q_i}^2 \cdot f_i(x)$$

Definition der Inelastizität y:

$$y = \frac{Pq}{Pk} \approx \frac{Q^2}{\tilde{s}_q}$$

Es gilt:

$$\frac{dy}{dQ^2} = \frac{1}{\tilde{s}_q} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\sigma}{dy} = \tilde{s}_q \cdot \frac{d\sigma}{dQ^2}$$

Damit folgt:

$$\left.\frac{d^2\sigma}{dydx}\right|_{ep} = \frac{4\pi\alpha^2}{(Q^2)^2}\left(1-y+\frac{1}{2}y^2\right)\tilde{s}_q \cdot \sum_{i=1}^{3} Q_{q_i}^2 \cdot f_i(x) = \frac{4\pi\alpha^2}{(Q^2)^2}\left(1-y+\frac{1}{2}y^2\right)xs \cdot \sum_{i=1}^{3} Q_{q_i}^2 \cdot f_i(x)$$

Definiere(*): Strukturfunktionen $F_{1,2}$:

$$F_2(x) \equiv x \cdot \sum_i Q_i^2 \cdot f_i(x)$$
$$F_2(x) = 2xF_1(x)$$

Dann:

$$\left.\frac{d^2\sigma}{dydx}\right|_{ep} = \frac{4\pi\alpha^2}{(Q^2)^2} s\left((1-y)F_2(x) + xy^2F_1(x)\right)$$

Anmerkungen:

(*) Wenn man den Wirkungsquerschnitt der elastischen ep-Streuung mit den Formfaktoren $W_{1,2}$ betrachtet, dann kann man Formgleichheit zwischen elastischer und inelastischer Streuung mit diesen Definitionen erreichen. Dabei entsprechen $W_{1,2}$ den Termen der elektrischen und magnetischen WW. Das sieht man schon im Elektron-Myon-WQS:

$$\sigma \propto \left(1 + \frac{Q^2}{2M^2}\tan^2\frac{\theta}{2}\right)$$

– Die Bedingung $F_2(x) = 2xF_1(x)$ heisst Callan-Gross-Beziehung.
Sie gilt nur für Spin-1/2-Partonen. Im Falle von Spin-0-Teilchen wäre $F_1=0$ (keine Spin-Spin-WW).

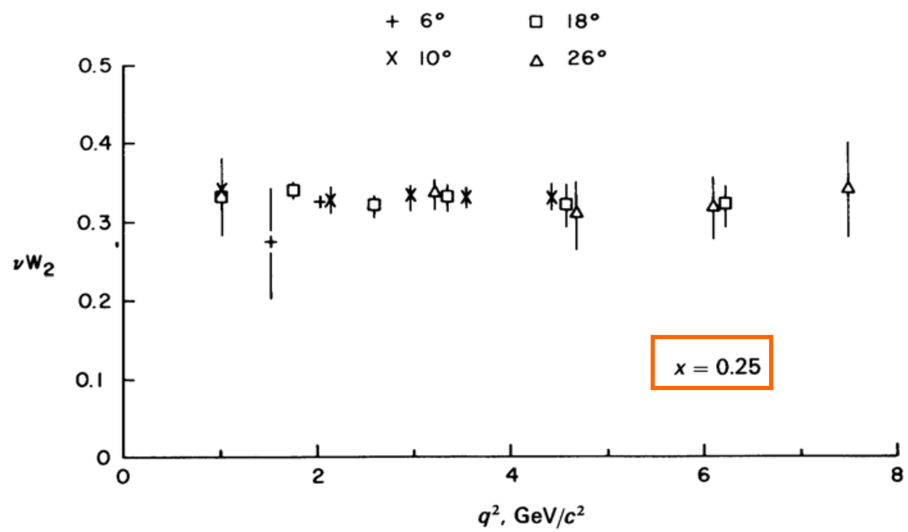
– Es gilt: $F_2(x) \propto \sum_i Q_i^2$

F_2 beschreibt also “nur” die elektrische Struktur des Protons. In voller Rechnung mit schwacher WW und Interferenzen treten weitere Strukturfunktionen auf (F_3), die auch schwache Anteile beschreiben.

– Prozess vollständig beschrieben durch x,y,Q^2 (s,t,u). F_2 hängt aber nur von x ab (“Scaling” – Skalenverhalten – auf jeder Größenskala sieht Struktur gleich aus – Struktur hängt nur von dimensionsloser Variable x ab). F_2 unabhängig von Auflösungsvermögen der Photonsonde Q^2.
Grund: “Es gibt nur drei Quarks im Proton”.

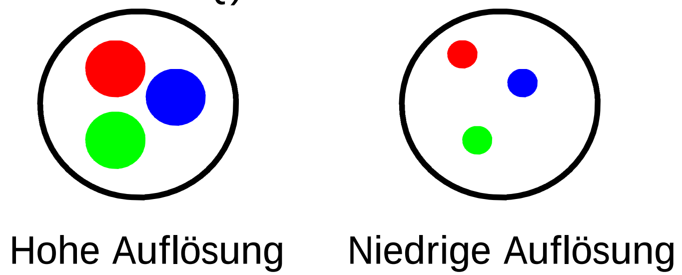
5.6 SCALING VON $F_2 = F_2(x)$

Anmerkung: $\nu W_2 \sim F_2$.

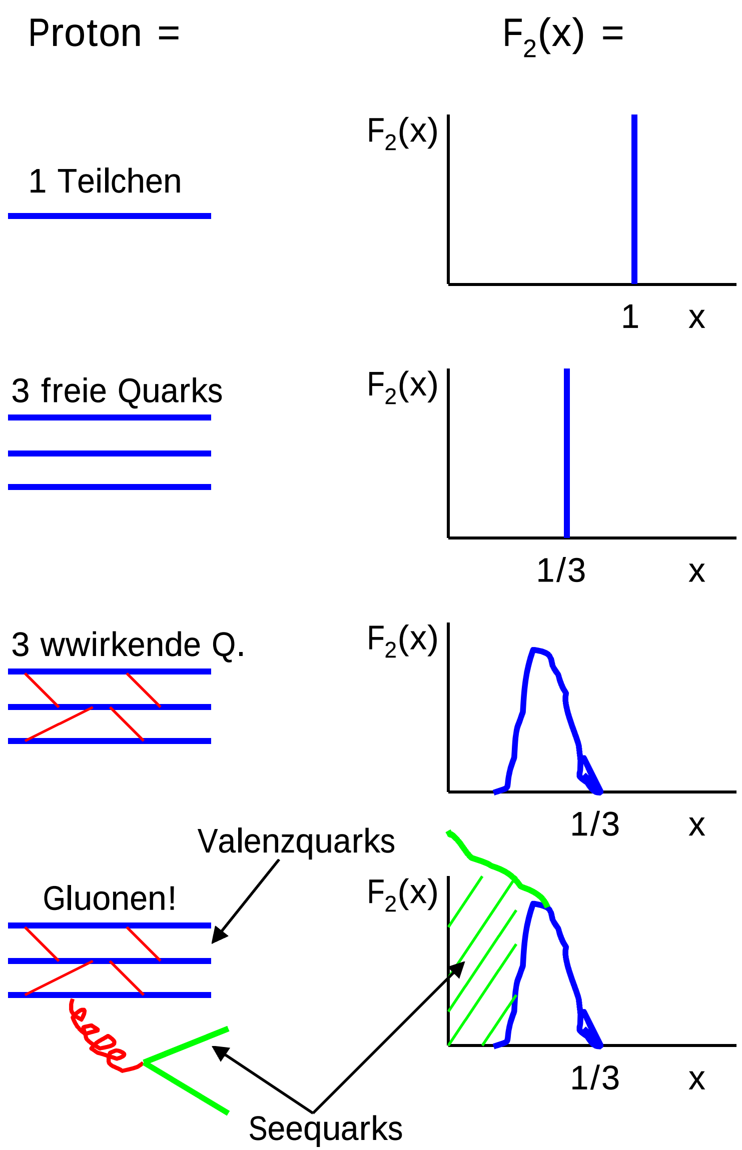


Für diese frühen Messungen der Strukturfunktion in fixed-target-Experimenten zeigte sich also wirklich das Skalenverhalten im Bereich x=0.25!

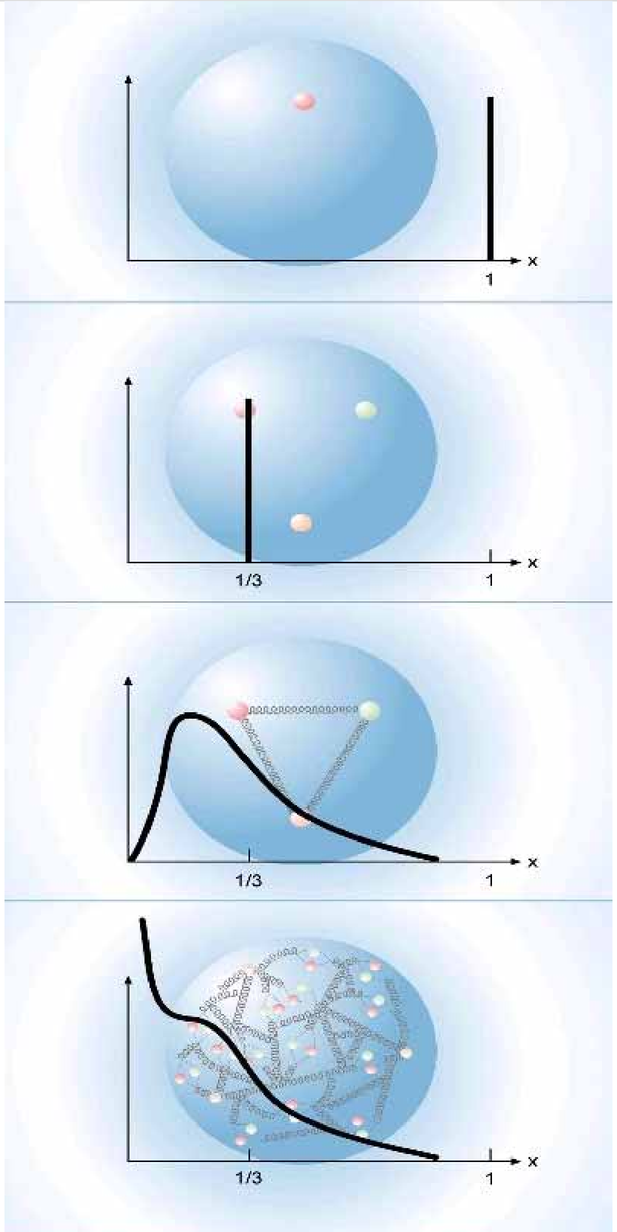
Erklärung: Unabhängig von Auflösung (Wellenlänge des Photons $\lambda \sim 1/Q$)



Beide Male genau 3 Quarks! (in diesem Q^2/x-Bereich)



5.6 SCALING VON $F_2 = F_2(x)$



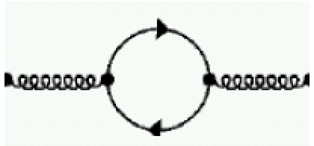
Skalenverletzung!

5.6 SKALENVERLETZUNG UND QCD

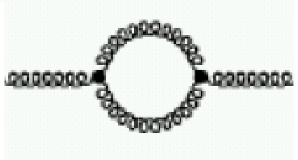
Die Existenz von Gluonen im Proton liefert Abhängigkeit von F_2 von Q^2: $F_2=F_2(x,Q^2)$!

Laut Heisenberg sind virtuelle Prozesse (mit Gluonen) auf kleinen zeitlichen/räumlichen Skalen erlaubt:

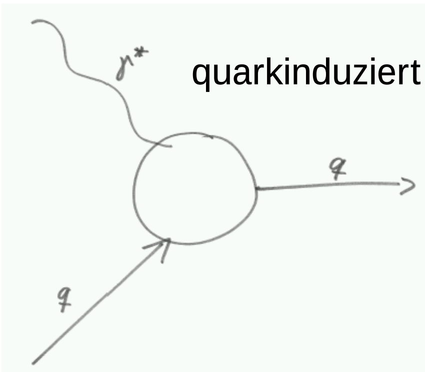
– $g \rightarrow qq \rightarrow g$

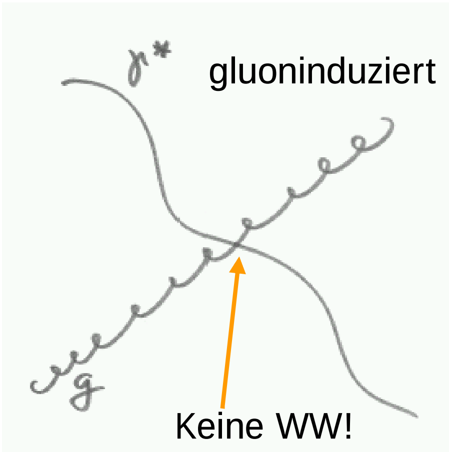


– $g \rightarrow gg \rightarrow g$



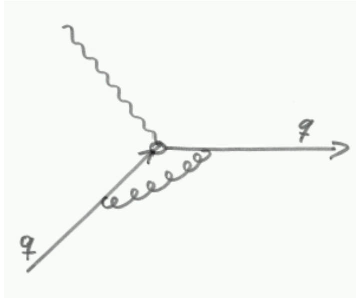
Falls kleines Q^2, schlechte Auflösung, nur grosse Strukturen sichtbar:

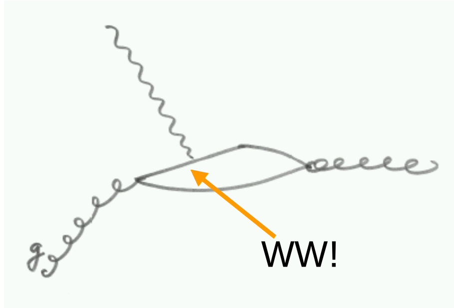




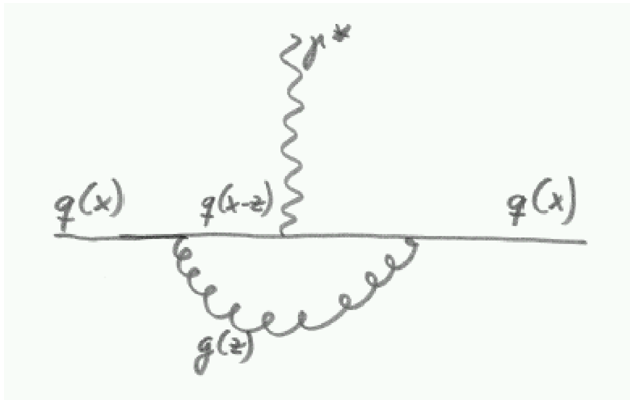
→ das Photon "sieht" nur das ursprüngliche Quark!
→ Struktur von Valenzquarks bestimmt!

Falls hohes Q^2, gute Auflösung, auch kleine Raum/Zeit-Strukturen auflösbar:





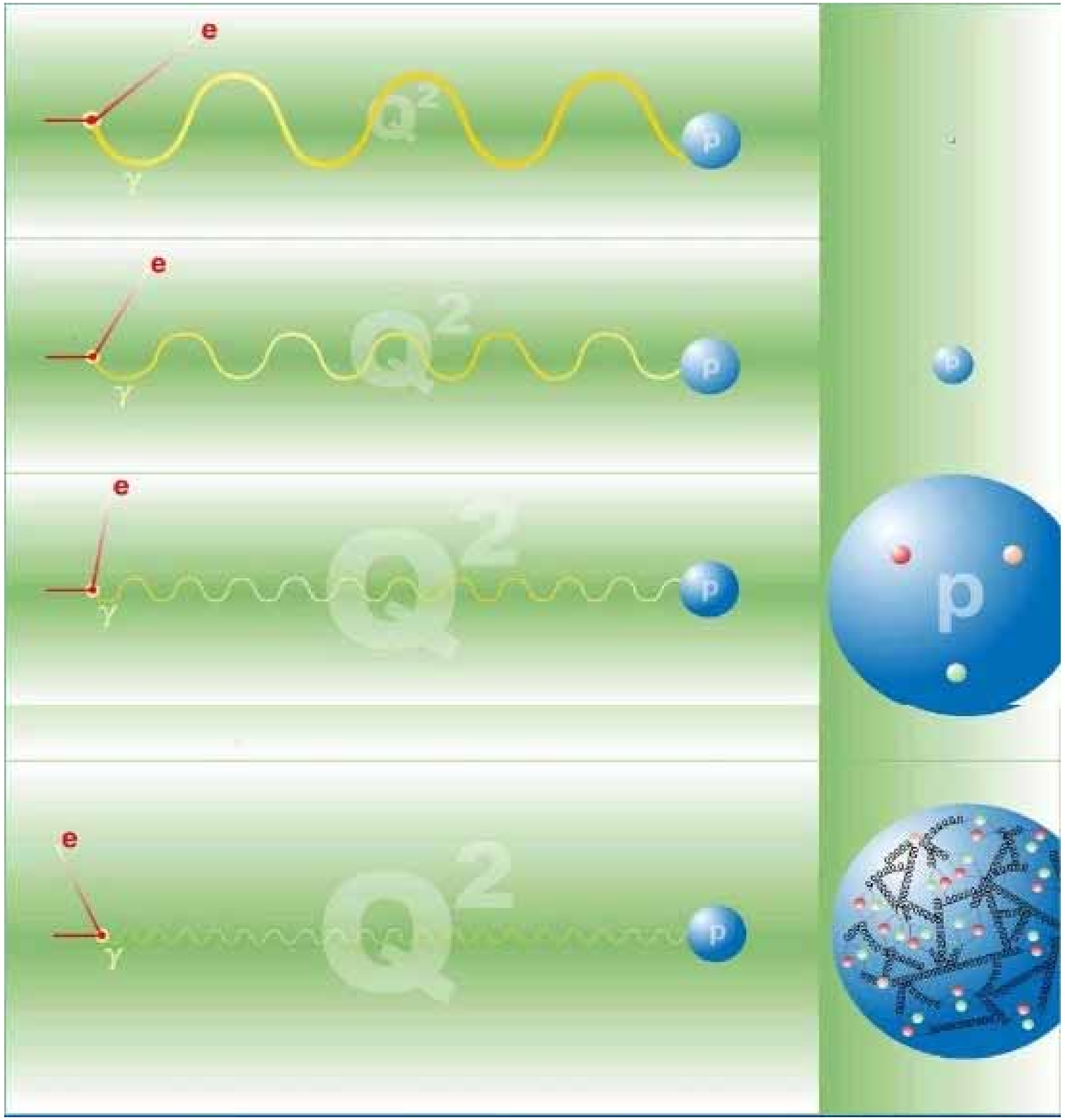
→ 1. Das Photon koppelt auch an das Gluon!
2. Die Kopplung an das Quark erfolgt bei einem anderen x-Wert z<x:



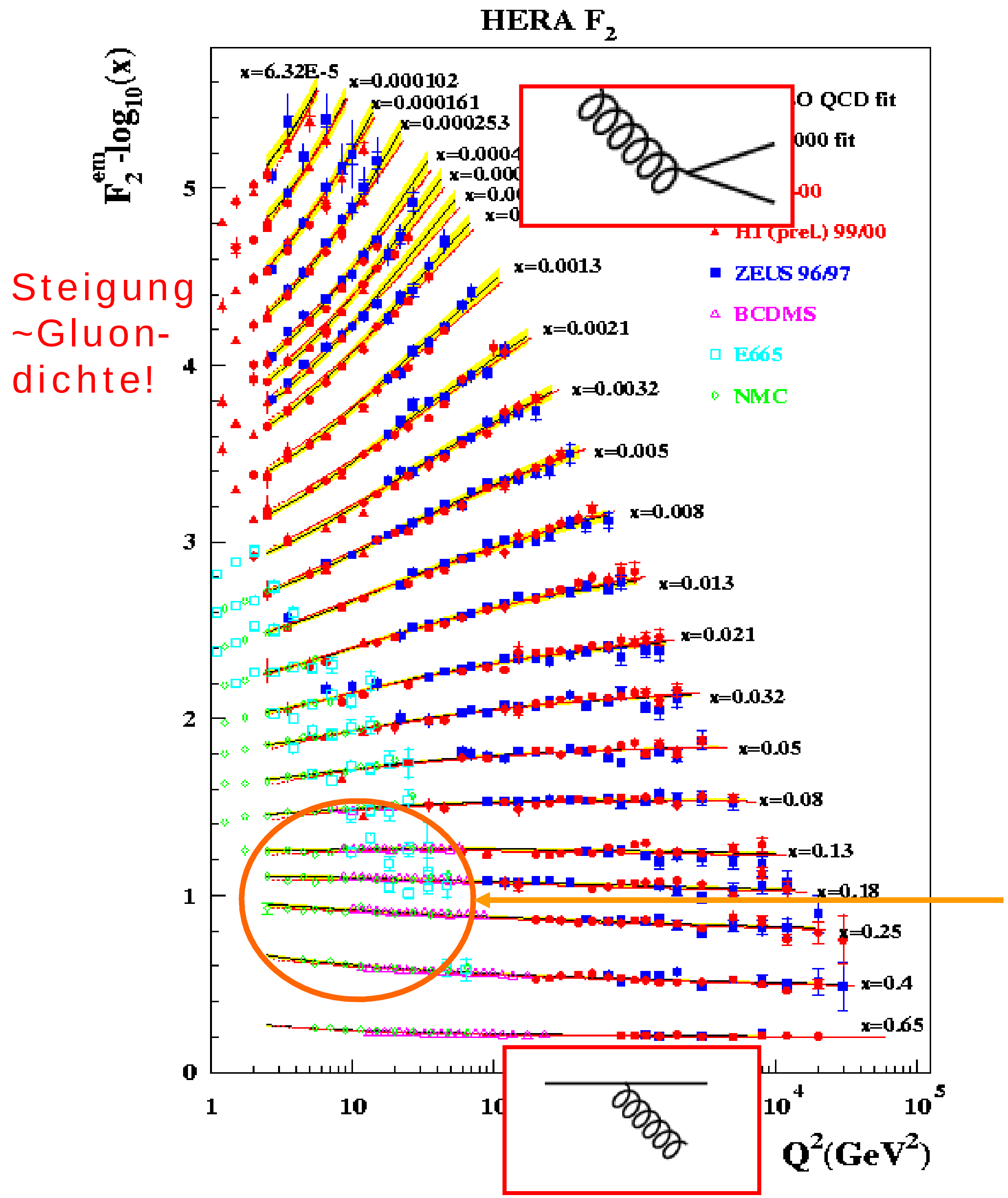
Salopp: $F_2(x)$ sinkt falls Q^2 steigt!
$F_2(z<x)$ steigt, falls Q^2 steigt!

➔ $F_2=F_2(x,Q^2)$!!! Skalenverletzungen!

5.6 SKALENVERLETZUNG UND QCD



5.6 F_2 HEUTE (HERA)

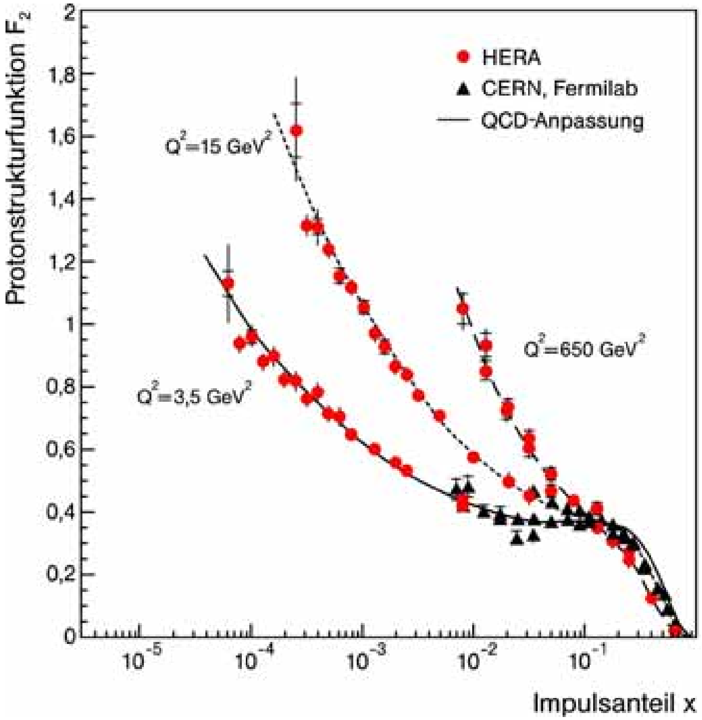


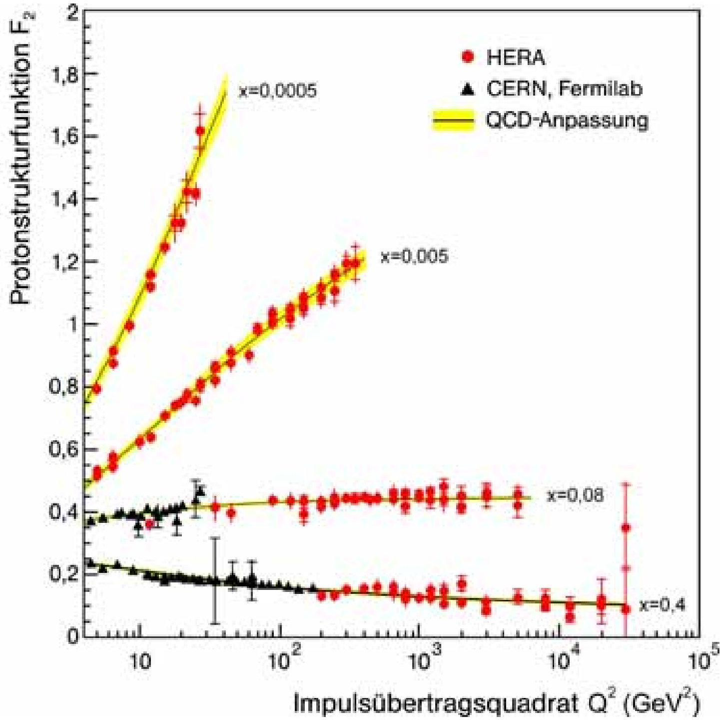
– Mehrere hundert Datenpunkte mit Genauigkeit 2%. Wunderbar von Theorie beschrieben!

– Klare Beobachtung von Skalenverletzungen bei grossen und kleinen x!
  – grosse x: Valenzquarks q(x) strahlen Gluonen ab, die wiederum in qq-Paare (q'(z<x)) zerfallen. Von diesen Paaren sieht man mit steigendem Q^2 mehr → falls Q^2 steigt, sinkt der Anteil der Quarks mit grossem x!
  – kleine x: Abgestrahlte Gluonen strahlen weitere Gluonen ab, und alle Gluonen zerfallen in Quark-Paare mit sehr kleinen x, von denen man mit steigendem Q^2 mehr und mehr sieht → F_2 bei kleinen x steigt mit Q^2 an.

– Die frühen fixed-target-Experimente haben zufällig bei den x-Werten gemessen, bei denen F_2 flach in Q^2 ist.

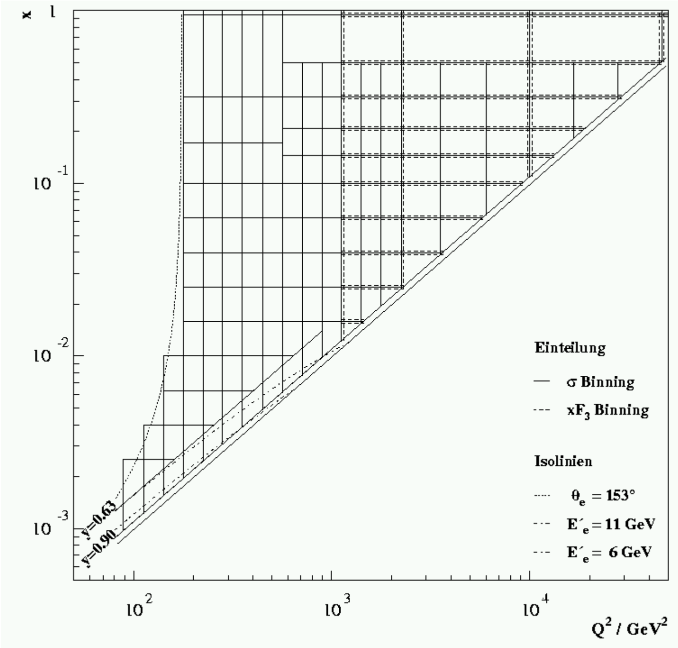
5.6 SKALENVERLETZUNG UND QCD





5.6 F_2: VORGEHEN; SKALENVERLETZUNGEN

– Unterteile x-Q^2-Ebene in "vernünftige" Bins:



– Merke, dass bei kleinen y:

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2dx} = \frac{2\pi\alpha^2}{x(Q^2)^2} F_2(x,Q^2)$$

– Also:

$$F_2(x,Q^2) \approx \left(\frac{2\pi\alpha^2}{x(Q^2)^2}\right)^{-1} \frac{d^2\sigma}{dQ^2dx}$$

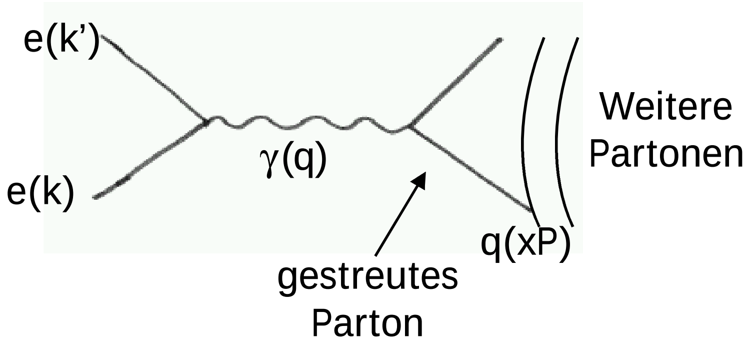
x,Q^2 gemessen!

Zählen!

Zur Kinematik der ep-Streeung ...

... kriegen Sie eine kleine Aufgabe ...

$$y = \frac{Pq}{Pk}$$
$$Q^2 = -(k'-k)^2$$
$$x = \frac{Q^2}{2Pk}$$
$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2dx} = \frac{2\pi\alpha^2}{x(Q^2)^2} F_2(x,Q^2)$$



5.6 F_2: SKALENVERLETZUNGEN

Verhalten von F_2 mit Q^2 (halb)quantitativ:

- Betrachte Änderung der Dichte von Quarks $q(x,Q^2)$ mit Impulsbruchteil x bei kleiner Änderung von $Q^2 \rightarrow Q^2+dQ^2$. (z>x)). Man sieht etwas mehr von Prozessen wie

$$u(z) \rightarrow u(x) + g(z-x)$$
$$g(z) \rightarrow u(x) + \bar{u}(z-x)$$

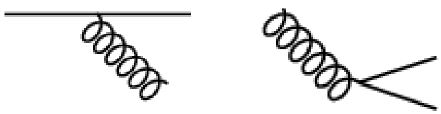
- z kann Werte zwischen x und 1 haben: $\int_x^1 \frac{dz}{z}$

- Damit kann man zeigen, dass:

$$\partial u(x,Q^2) = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dz}{z}\left[P_{qq}(\frac{x}{z})u(z,Q^2) + P_{qg}(\frac{x}{z})g(z,Q^2)\right]\partial \ln Q^2$$

Kopplung

Splitting-Funktionen (pQCD): W'keit, dass Parton mit z anderes Parton mit x abstrahlt.



Änderung von u bei x proportional zur Dichte der Quarks/Gluonen, die abstrahlen können.

– Unter der Annahme von nur u,d-Quarks (ist einfacher) und mit

$$F_2(x,Q^2) \equiv x \cdot \sum_i Q_i^2 \cdot f_i(x,Q^2)$$
$$= x \cdot \left(\frac{4}{9}u(x,Q^2) + \frac{4}{9}\bar{u}(x,Q^2) + \frac{1}{9}d(x,Q^2) + \frac{1}{9}\bar{d}(x,Q^2)\right)$$

folgt für F_2:

$$\frac{\partial F_2(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \cdot \int_x^1 \frac{dz}{z}\frac{x}{z}\left[P_{qq}(\frac{x}{z})F_2(z,Q^2) + 2zP_{qg}(\frac{x}{z})g(z,Q^2)\sum_i Q_i^2\right]$$

Man kann zwei Grenzfälle isolieren:

– große x: Gluondichte g(z) für z>x verschwindet →

$$\frac{\partial F_2(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} \approx \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dz}{z}\frac{x}{z}P_{qq}(\frac{x}{z})F_2(z,Q^2)$$

– kleine x: Gluondichte dominiert das Proton →

$$\frac{\partial F_2(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dz}{z}\frac{x}{z}2zP_{qg}(\frac{x}{z})g(z,Q^2)\sum_i Q_i^2$$

5.6 PARTONVERTEILUNGEN AUS F_2

Typische Parametrisierungen der Abhängigkeit von F_2 von den Partonverteilungen $f_i(x,Q^2)$:

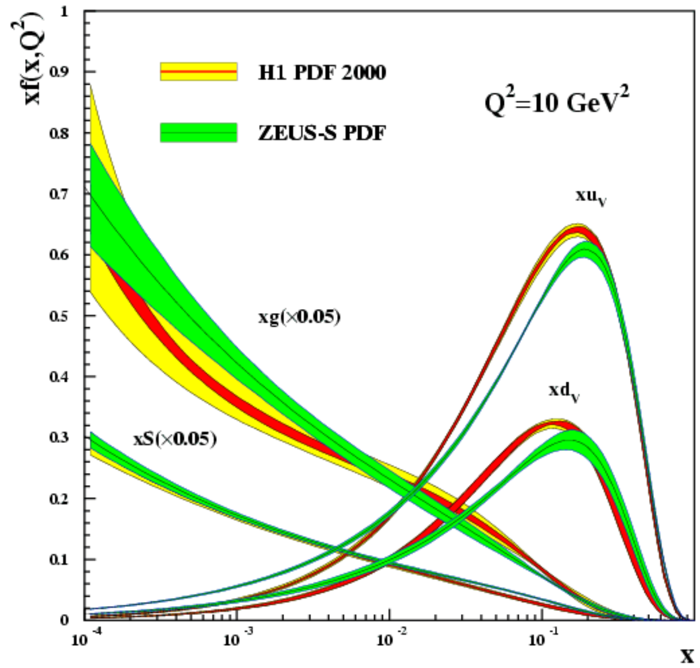
$$q_v = A \cdot x^B \cdot (1-x)^C \cdot (1-Dx)$$
$$q_s = E \cdot x^F \cdot (1-x)^G \cdot (1+Hx+Ix^2+Jx^3)$$

Durch Variation der Parameter kann die Vorhersage von F_2 an die Daten angepasst werden. Der optimale Parametersatz liefert dann die Partonverteilungen (PDFs) des Protons.

(Anmerkung: Der theoretische Ansatz verlangt, dass die PDFs bei einer kleinen Startskala Q_0^2 angenommen und dann mithilfe der Evolutionsgleichungen zu hohen Skalen $Q^2 > Q_0^2$ entwickelt werden.)

Probleme:
- Anzahl der Parameter gross!
- Auswahl der Datensätze (fixed-target, Neutrino, Myon, HERA, Drell-Yan etc.).
- Abschätzung der Unsicherheiten.
- ...

Ergebnis (Beispiel):

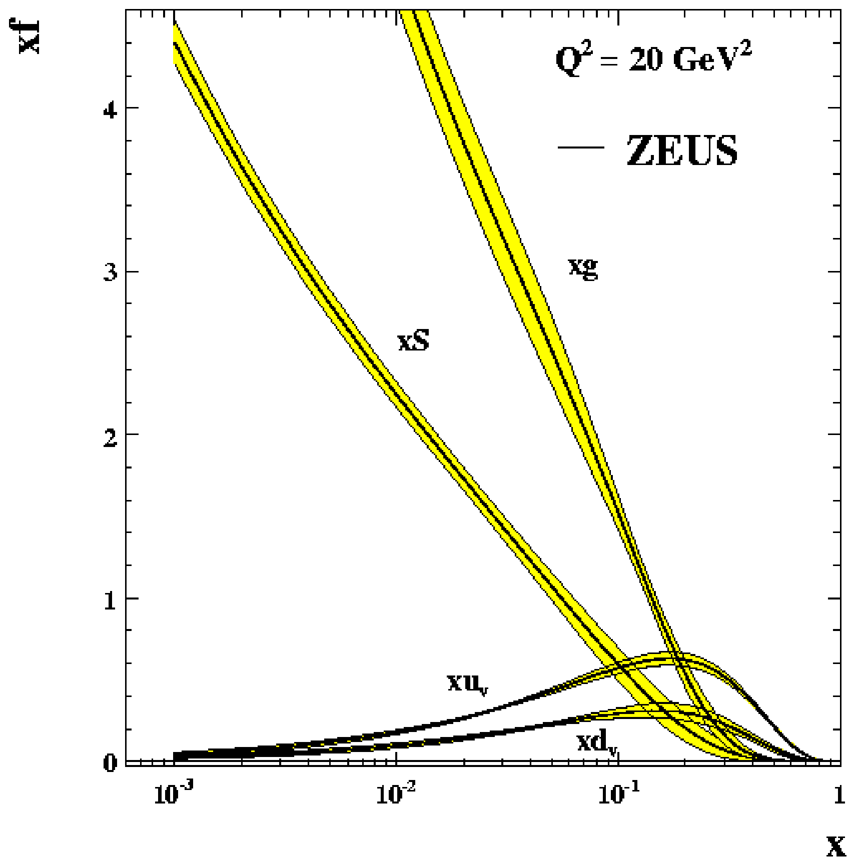


- Unterschiede durch verschiedene Datensätze und verschiedene Parametrisierungen.
- Verschiedene Gruppen: CTEQ, MRST, Alekhin, H1, ZEUS
- Unsicherheiten von wenigen Prozent (u bei moderaten x) bis 100% (g bei hohen x)

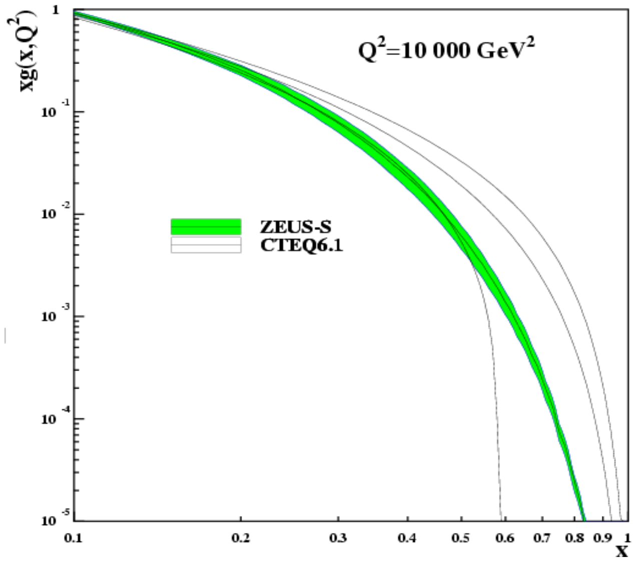
→ Problem für LHC!

5.6 PARTONVERTEILUNGEN AUS F_2

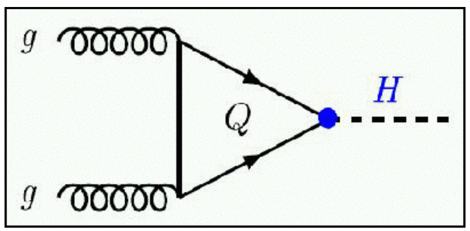
“Ehrlichere” Darstellung: Man beachte das starke Ansteigen des Sees und der Gluonen zu kleinen x hin!



Zur Unsicherheit der Gluondichte:



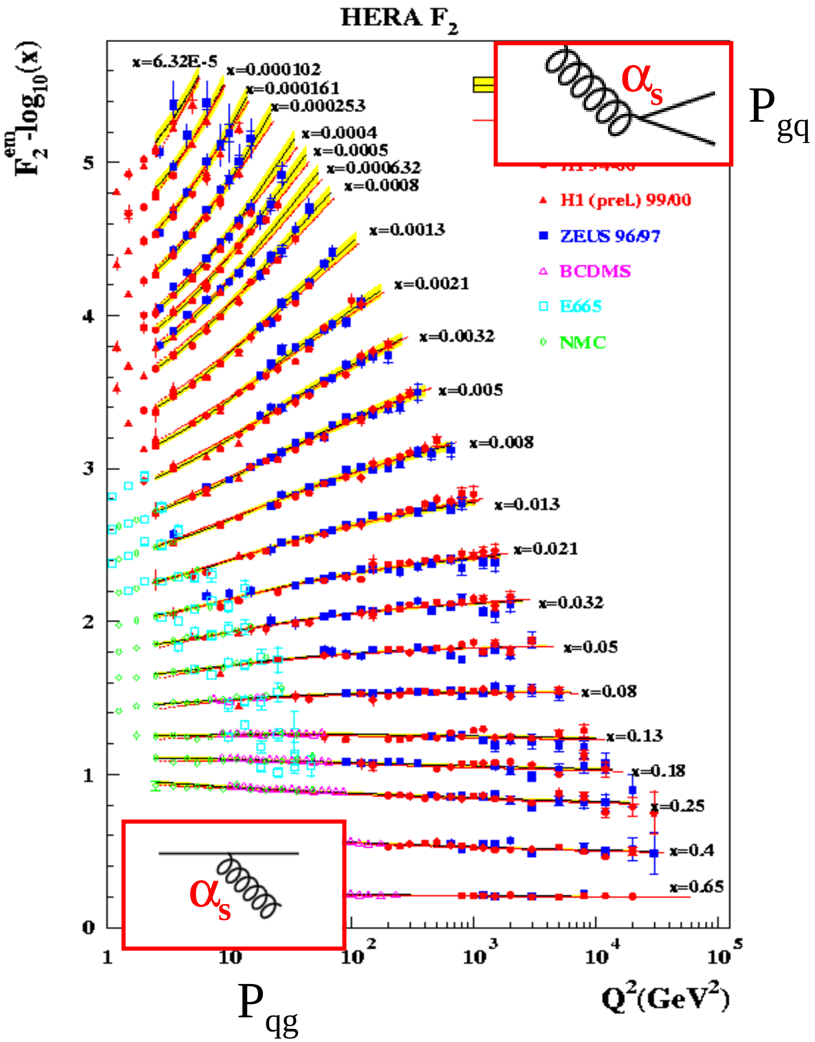
Relevanz für z.B. Higgs-Produktion bei LHC?



5.6 α_S IN SKALENVERLETZUNGEN VON F_2

Erinnerung: Strukturfunktion F_2:

$$\sigma_{ep} \propto F_2(x,Q^2) \approx x \sum_{i=q,\bar{q}} f_i(x,Q^2) \cdot q_i^2$$

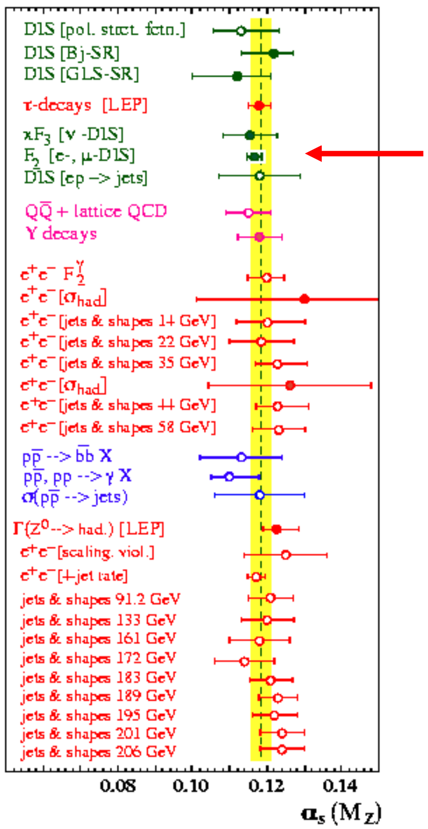


Wiederholung Theorie:

Steigung
$$\frac{dF_2(x,Q^2)}{d\ln Q^2} \propto -\alpha_S \cdot P_{qg} \cdot F_2(x,Q^2) + \alpha_S \cdot P_{gq} \cdot g(x,Q^2)$$

Bei bekannter Strukturfunktion F_2 (und ihrer Ableitung), bekannter Gluondichte g und bekannten Splitting-Funktionen P kann $\alpha_S(Q^2)$ extrahiert werden (beachte: Q^2 ist einzige harte Skala im Prozess).

Ergibt einen sehr genauen Wert für die starke Kopplung!



5.6 QPM UND SUMMENREGELN

Umbenennung: u(x)dx, d(x)dx etc. ist Wahrscheinlichkeit, ein u,d-Quark mit Impulsanteil x zu finden.
Wir unterscheiden Valenzquarks uud und Seequarks aus Fluktuationen: uu, dd, ss, ... Damit und den als bekannt angenommenen Quarkladungen kann man die Strukturfunktion des Protons F_2^{ep} schreiben als:

$$F_2^{ep}(x) = x\left\{\frac{4}{9}\left[u(x)+\bar{u}(x)\right]+\frac{1}{9}\left[d(x)+\bar{d}(x)+s(x)+\bar{s}(x)\right]\right\}$$

Annahme von Isospin-Invarianz ergibt beim Übergang zum Neutron:

$$u^n(x) = d^p(x) \equiv d(x), \quad d^n(x) = u^p(x) \equiv u(x)$$

$$s^n(x) = s^p(x) \equiv s(x)$$

Also:

$$F_2^{ep}(x) = x\left\{\frac{4}{9}\left[d(x)+\bar{d}(x)\right]+\frac{1}{9}\left[u(x)+\bar{u}(x)+s(x)+\bar{s}(x)\right]\right\}$$

Integration über x ergibt einige “Summenregeln”:

$$\int_0^1 dx\left\{\frac{2}{3}\left[u(x)-\bar{u}(x)\right]-\frac{1}{3}\left[d(x)-\bar{d}(x)\right]\right\}=1 \quad \text{(p)}$$

$$\int_0^1 dx\left\{\frac{2}{3}\left[d(x)-\bar{d}(x)\right]-\frac{1}{3}\left[u(x)-\bar{u}(x)\right]\right\}=0 \quad \text{(n)}$$

Addition/Subtraktion dieser beiden Gleichungen:

$$\int_0^1 dx\left[u(x)-\bar{u}(x)\right]=2 \qquad \int_0^1 dx\left[d(x)-\bar{d}(x)\right]=1$$

Da das Proton die Strangeness 0 hat muss gelten:

$$\int_0^1 dx\left[s(x)-\bar{s}(x)\right]=0$$

Interessant: Impulssummenregel:

$$\int_0^1 dx\cdot x\cdot\left\{u(x)+\bar{u}(x)+d(x)+\bar{d}(x)+s(x)+\bar{s}(x)\right\}=1-\varepsilon$$

Laut QPM sollte ε 0 sein. Vernachlässigung von s:

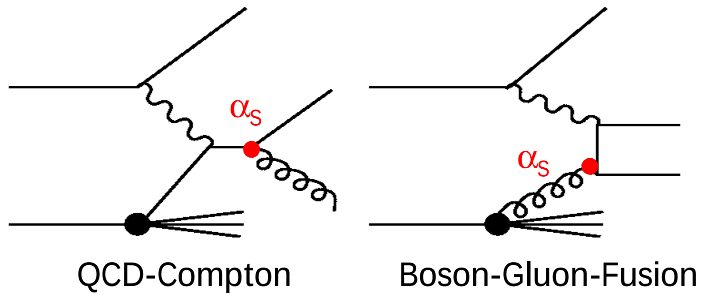
$$F_2^{eN} = \frac{1}{2}\left(F_2^{ep}+F_2^{en}\right)=\frac{5}{18}x\left[u(x)+\bar{u}(x)d(x)+\bar{d}(x)\right]$$

$$\frac{18}{5}\int_0^1 F_2^{eN}(x)dx = 1-\varepsilon$$

Experimentell: Wert des Integrals ca. 0.5! Den restlichen Impuls tragen die Gluonen! Da sie elektrisch neutral sind, tragen sie nicht zur EM-Struktur (also zu F_2) bei.

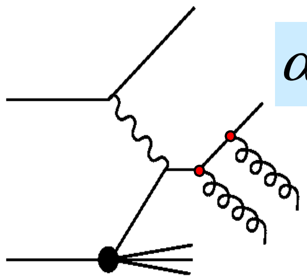
5.5a α_S AUS JETS IN DIS

Wir betrachten folgende Pozesse in ep-Streuung



α_S^1

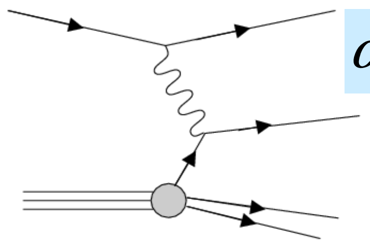
... und die Korrekturen höherer Ordnungen:



α_S^2

Reell, brauchen auch virtuelle (Schleifen-)Korrekturen ...

"Uninteressant" hingegen ist:



α_S^0

Quark-Parton-Modell-(QPM)-Prozess Relevant für Struktur-funktionen.

Wirkungsquerschnitt: Reihenentwicklung in α_S:

$$\sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_S^n \cdot C_n \overset{NLO}{=} \alpha_S^1 \cdot C_1 + \alpha_S^2 \cdot C_2$$

Beitrag n=0 liefert kein α_S. Experimentell: Breit-Bezugssystem!

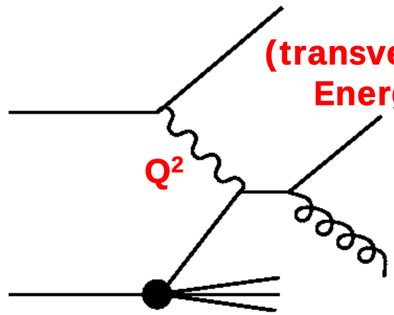
Koeffizienten C_n berechenbar (später)

NLO=niedrigste (nullte)+erste Ordnungen

Vier wichtige Fragen:

1. Was ist die relevante Skala μ für α_S?
2. Wie kann man die Prozesse der Ordnung α_S^0 ausschliessen (wenn man will)?
3. Was sind die Koeffizienten C_n (später)?
4. Wie sehen solche Ereignisse im Detektor aus?

Zu 1.) Relevante Skala: Wähle hohe Energieskala, bei der der harte Prozess abläuft.

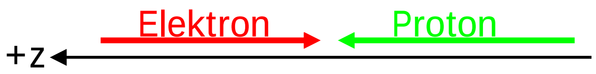


Möglichkeiten: Q^2, E_T^2
Ambiguität – theo. Fehler!

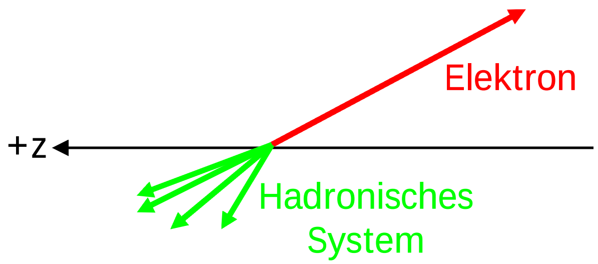
5.5a α_S AUS JETS IN DIS: E_T, BREIT-SYSTEM

Zu 2.) Warum betrachtet man bei Hadron-Collidern wie HERA oder Tevatron immer die transversale Energie E_T?

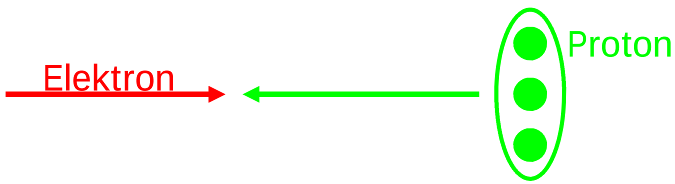
– Im Anfangszustand ist die Summe der Transversalenergien =0:



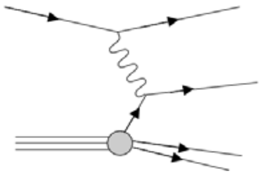
– Nach der Wechselwirkung gibt es Impulse senkrecht zur z-Achse (z.B. gestreutes Elektron) – diese charakterisieren also die Wechselwirkung!



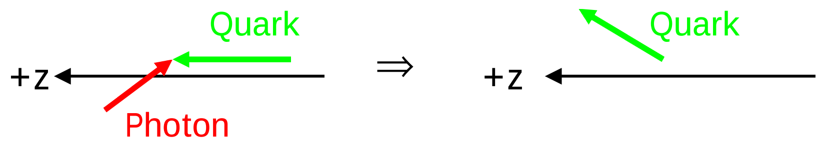
– Aber man weiss nicht, welcher Bruchteil der (rein longitudinalen) Protonenergie in die Wechselwirkung floss (Quark-Bild!) – die Schwerpunktsenergie ist letztlich unbekannt!



Noch zu 2.) Wie unterdrücke ich experimentell die Anteile der Ordnung $\alpha_S{}^0$?

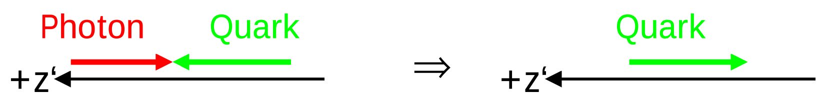


QPM-Ereignis im Labor-System:



→ das Quark (= der Jet) hat Transversalimpuls!

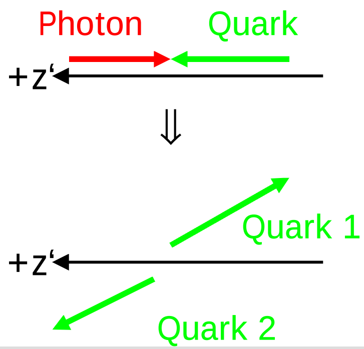
Jetzt Lorentz-Boost so, dass Photon und Quark auf der z'-Achse liegen:



Breit-Bezugssystem ("brickwall system"):

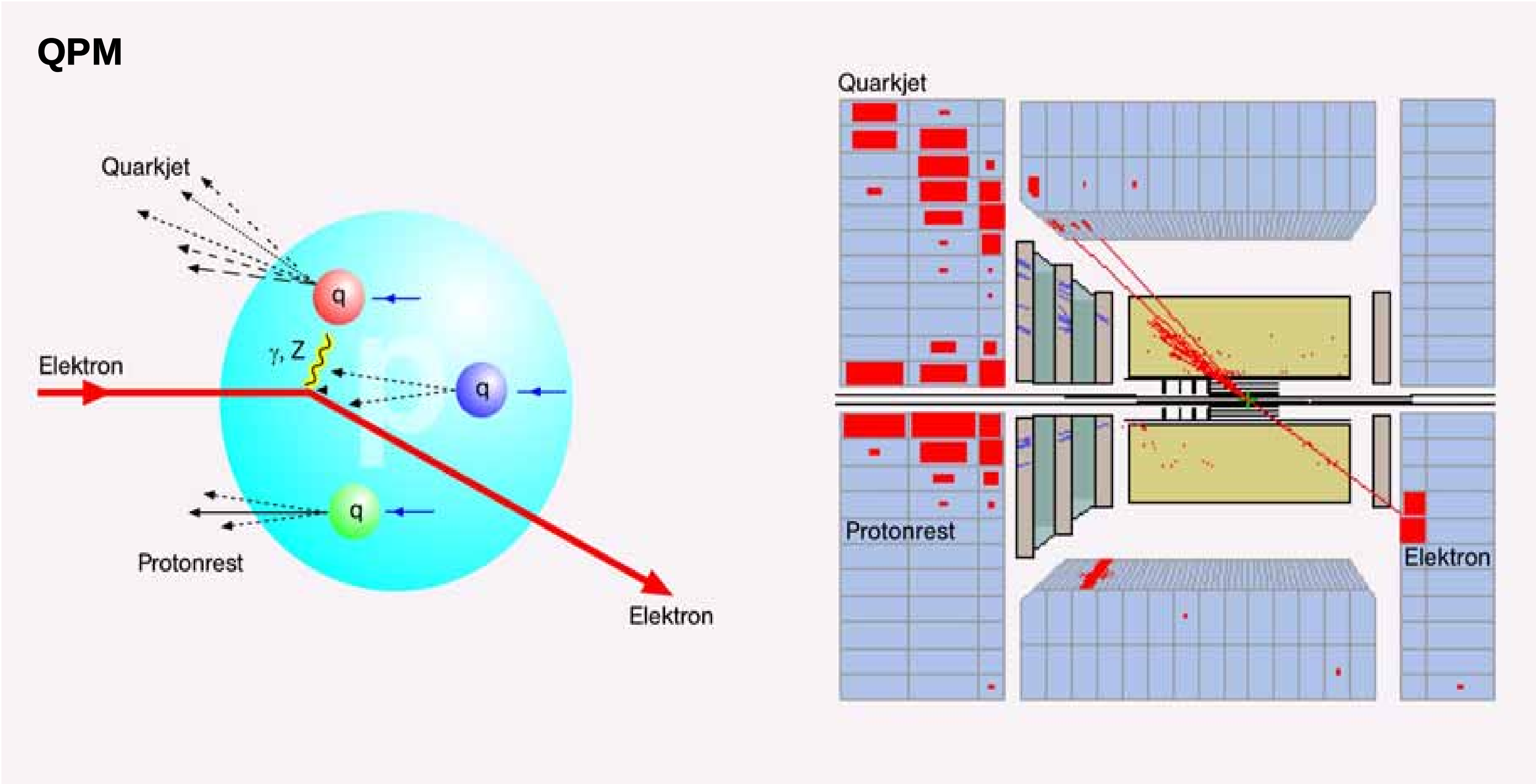
$$2x\vec{P} + \vec{q} = 0$$

QPM-Ereignisse geben KEINEN hadronischen (Jet)-Transversalimpuls relativ zu z' →E_T-Cut selektiert also "QCD"-Ereignisse (QCDC, BGF), denn:



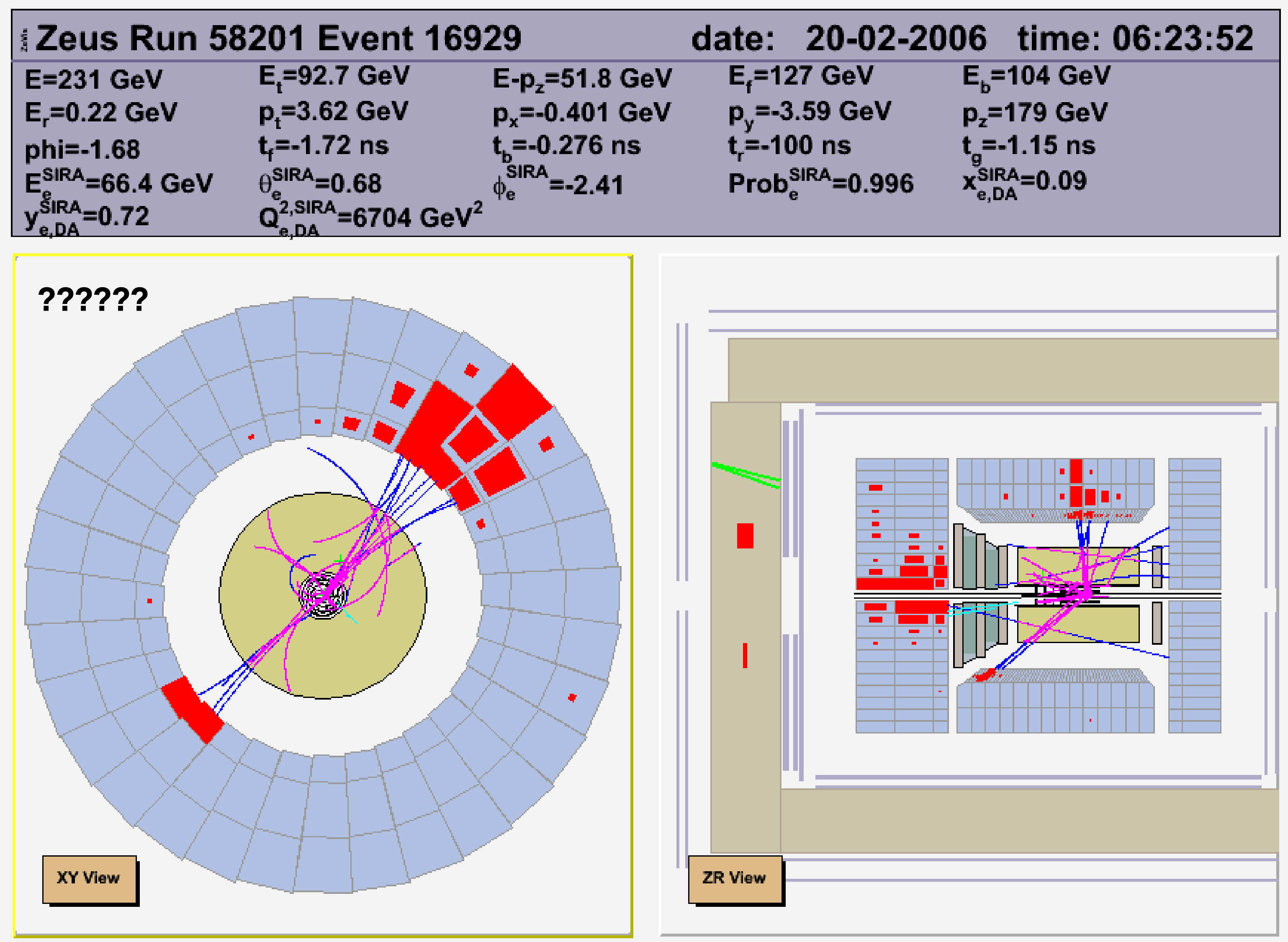
5.5a α_s AUS JETS IN DIS: EREIGNISSE

Zu 4.) Wie sehen solche Ereignisse im Detektor aus?



5.5a α_s AUS JETS IN DIS: EREIGNISSE

Zu 4.) Wie sehen solche Ereignisse im Detektor aus?



5.5a α_S AUS JETS IN DIS

Zu 3.) Was sind die Koeffizienten C_n?

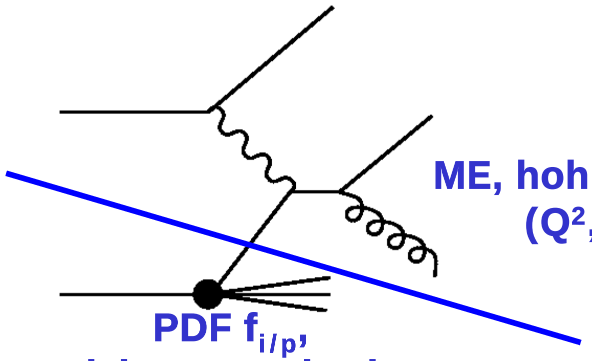
$$\sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_S^n \cdot C_n = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_S^n \cdot PDF \otimes ME$$

Partonverteilungen

Faltung

Matrixelement
(WQS) der Parton-
Parton-Steuung

Faltung der “weichen” Anteile (PDF) und der harten (ME) → Prinzip der Faktorisierung!

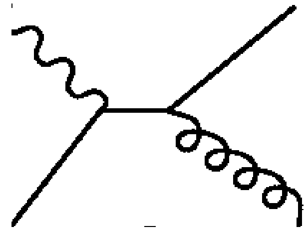


$$\sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_S^n \cdot C_n = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_S^n \cdot PDF \otimes ME =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_S^n \cdot \sum_i f_{i/p} \otimes \hat{\sigma}_{i,n} = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_S^n \cdot \sum_i \int dx f_{i/p} \hat{\sigma}_{i,n}$$

Salopp gesagt: Man kann beweisen (Faktorisierungstheoreme), dass man nur

- ME berechnen muss (leicht in pQCD, hängt von einlaufendem Impuls x ab)



- PDFs kennen muss (z.B. aus F_2)

- und dann beides “zusammenkleben” kann, um zum WQS zu kommen.

Die Faktorisierungseigenschaft ist sehr fundamental und keineswegs selbstverständlich!

5.5a α_S AUS JETS IN DIS: EXTRAKTION

Wie wird nun die starke Kopplung gemessen?
Einfachste Methode:

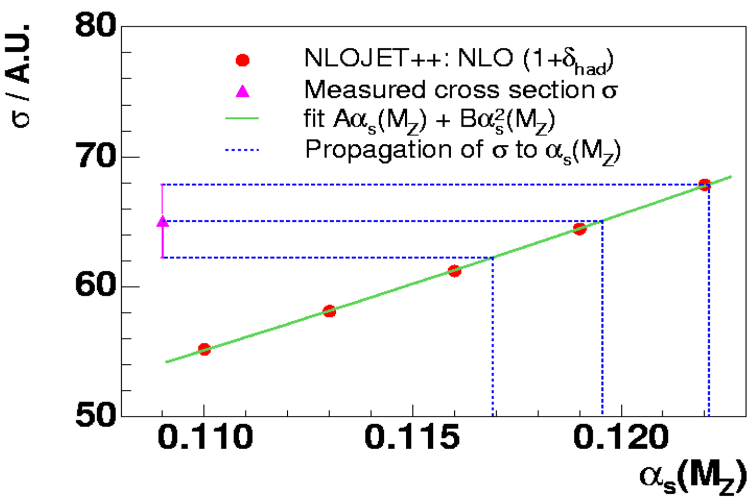
– Berechne den Wirkungsquerschnitt σ_i für jede Observable i als Funktion von $\alpha_S(M_Z)$.

$$\sigma_i^{theo}\left(\alpha_s\left(\mu_R^2\right)\right)=C_1\cdot\alpha_s\left(\mu_R^2\right)+C_2\cdot\alpha_s^2\left(\mu_R^2\right)$$

$$\sigma_i^{theo}\left(\alpha_s\left(M_Z^2\right)\right)=C_1'\cdot\alpha_s\left(M_Z^2\right)+C_2'\cdot\alpha_s^2\left(M_Z^2\right)$$

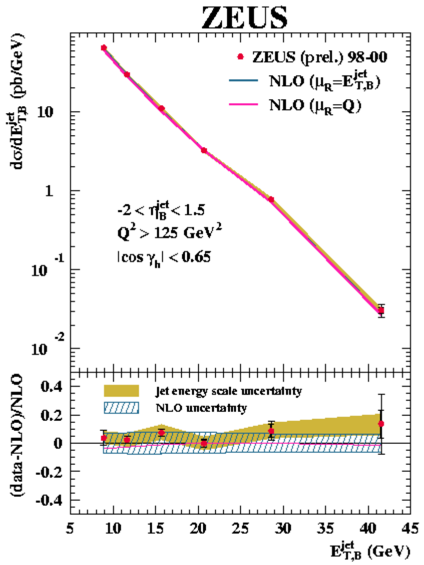
$$\alpha_S(Q^2)=\frac{\alpha_S(M_Z^2)}{1+\frac{(33-2n_f)}{12\pi}\alpha_S(M_Z^2)\ln\frac{Q^2}{M_Z^2}}$$

– Interpoliere die quadratische Funktion in $\alpha_S(M_Z)$:



– Bestimme das zum gemessenen σ_i^{data} gehörende $\alpha_S(M_Z)$.
– Kombiniere ggf. verschiedene $\alpha_S(M_Z)$-Werte.
– Oder evolviere zur “richtigen” Skala μ^2.

Ergebnisse solcher Analysen bei HERA:

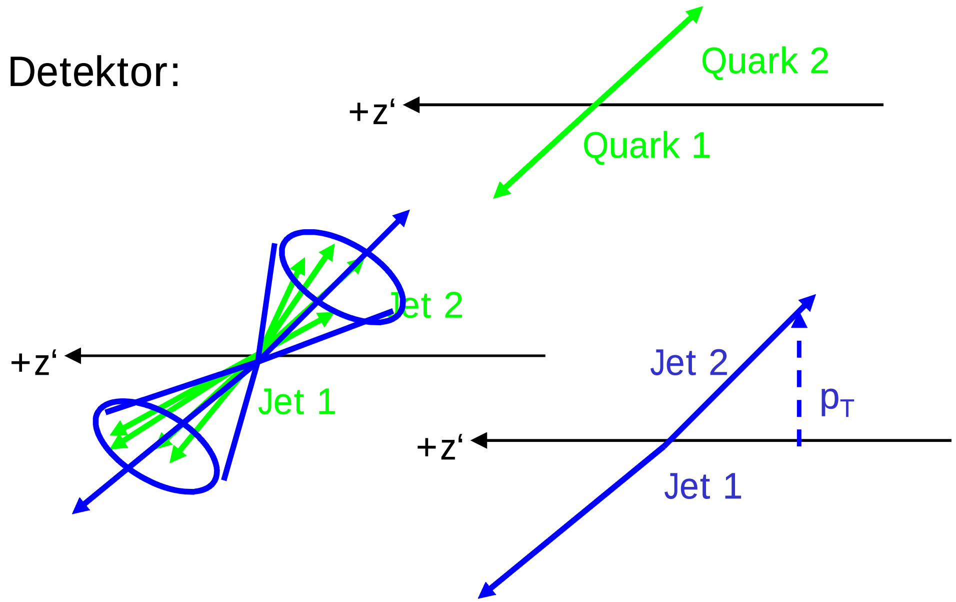


Gemessener Wirkungsquerschnitt für Produktion von 1+ Jets in einem bestimmten kinematischen Bereich.

Daten verglichen mit QCD-Rechnung in nächstführender Ordnung, NLO.

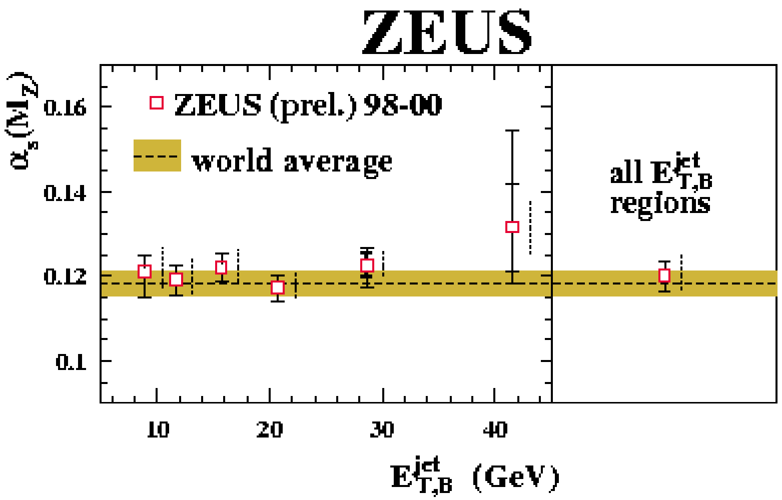
Unten: Verhältnis (Daten-NLO)/NLO Mass für Qualität der Beschreibung der Daten durch Theorie.

Detektor:

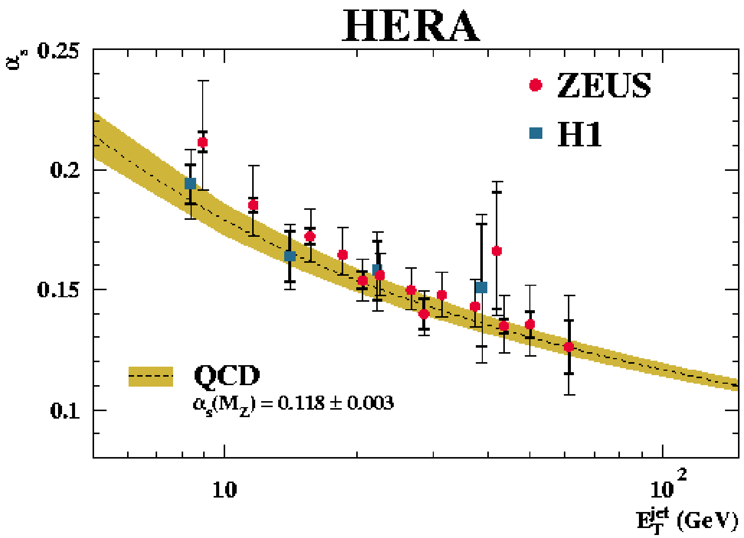


5.5a α_s AUS JETS IN DIS: EXTRAKTION

Resultierende $\alpha_S(M_Z)$-Werte und ihre Kombination:



Evolviert zur Skala E_T:



Man sieht also:

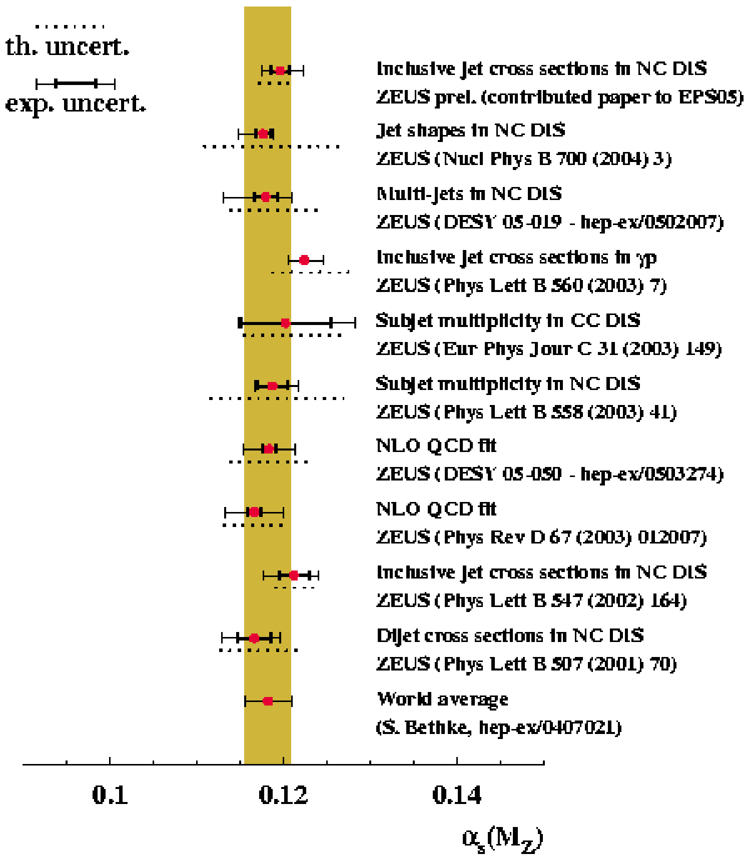
1. Die Werte verschiedener HERA-Messungen stimmen gut miteinander überein (Uffff!)
2. Die Energieabhängigkeit wird gut von der Theorie (QCD in NLO) beschrieben:

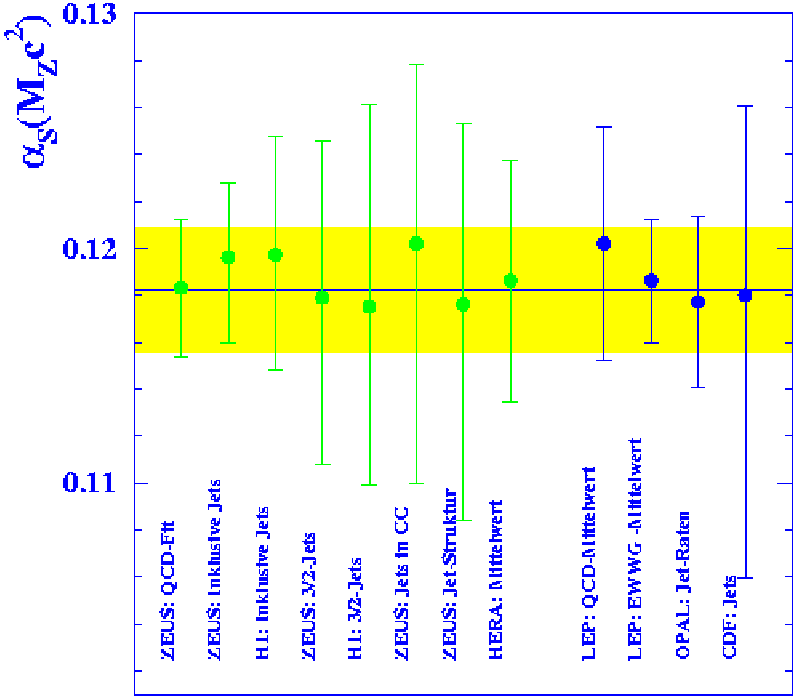
$$\alpha_S(Q^2) = \boxed{\frac{4\pi}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2_{QCD}}}} \cdot \left[1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2} \cdot \frac{\ln\left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2_{QCD}}\right)}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2_{QCD}}} \right]$$

Führende Ordnung (LO)

β_0=11-2/3n_f, β_1=51-19/3n_f
(Renormierungsgruppengleichung)

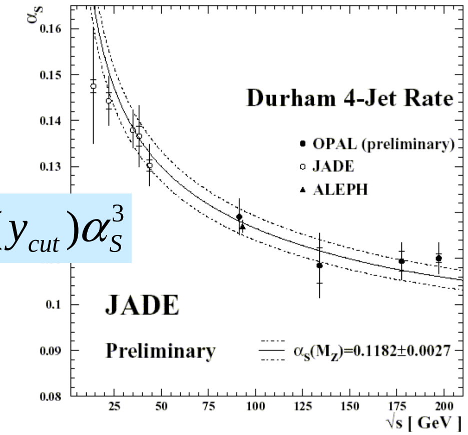
5.5a α_s AT HERA





ZUSAMMENFASSUNG

Paradigmatische Bestimmung der starken Kopplung in der Elektron-Positron-Vernichtung in 4 Jets:



$$R_4(y_{cut}) \propto A(y_{cut})\alpha_S^2 + B(y_{cut})\alpha_S^3$$

Tiefunelastische Streung: Aus der Hadron-spektroskopie motivierte Annahmen:

- Es gibt drei Konstituenten mit Spin-1/2 (Valenzquarks u,u,d).
- Ladungen: Q_u=2/3, Q_d=-1/3.
- Diese tragen Bruchteile x_i, i=1,2,3, 0<x_i<1, des Protonimpulses.

Modifikation des eμ-WQS:

$$\left.\frac{d\sigma}{dQ^2}\right|_{eq} = \frac{4\pi\alpha^2}{(Q^2)^2}\left(1-\frac{Q^2}{\tilde{s}_q}+\frac{1}{2}\frac{Q^4}{\tilde{s}_q^2}\right)\cdot Q_q^2$$

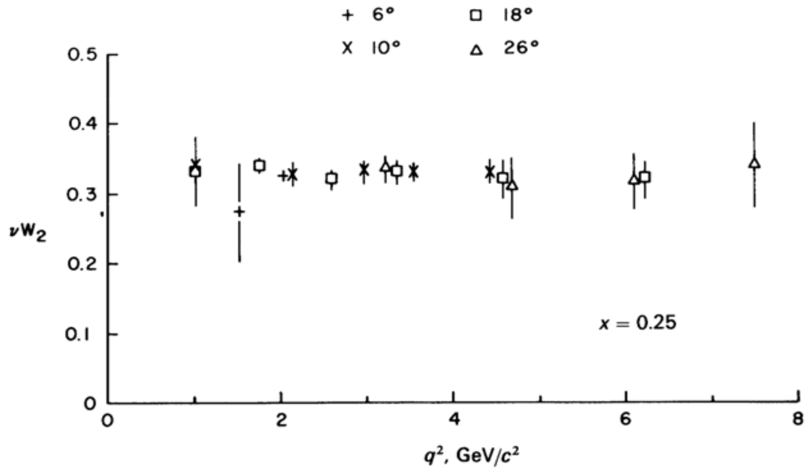
$$\sigma_{ep} = \sum_i \sigma_{eq_i}$$

Mit Definition der kinematischen Variablen x, y, Q^2 und der Strukturfunktionen F_2 etc.:

$$F_2(x) \equiv x \cdot \sum_i Q_i^2 \cdot f_i(x)$$
$$F_2(x) = 2xF_1(x)$$

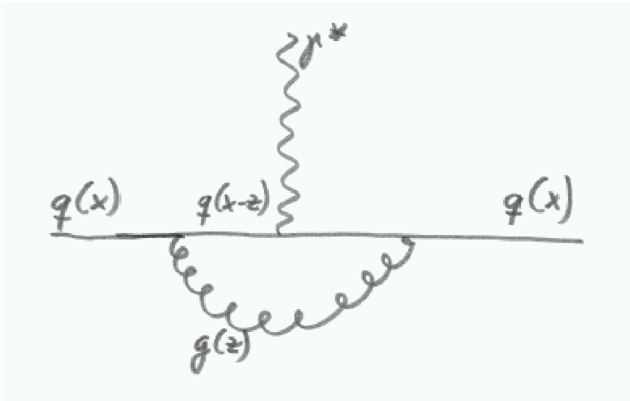
$$\left.\frac{d^2\sigma}{dydx}\right|_{ep} = \frac{4\pi\alpha^2}{(Q^2)^2} s\left((1-y)F_2(x) + xy^2F_1(x)\right)$$

F_2 unabhängig von Q^2 – Skalenverhalten!



ZUSAMMENFASSUNG

Durch Gluonen und Quantenfluktuationen kommt es zu Skalenverletzungen.
Grund: Bei verändertem Auflösungsvermögen Q^2 sieht man mehr/weniger Strukturen auf kleinen Skalen.



Aktuelle präzise Messungen von F_2 von HERA sehr gut mit QCD-Theorie verträglich!