

Übungen Teilchenphysik II SS 2007, Blatt 7

19) Beschleuniger und Speicherringe (3 Punkte)

a) Am Spear-II-Speicherring am SLAC wurden J/ψ -Teilchen (Masse 3.1 GeV) erzeugt durch Kollision von Positronen und Elektronen mit einer Strahlenergie von jeweils 1.55 GeV. Wie groß müsste die Positron-Strahlenergie sein, wenn man die J/ψ -Teilchen durch Beschuss von ruhenden Elektronen erzeugen wollte?

b) Für den Sp \bar{p} S-Speicherring wurde ein Antiproton-Strahl gebraucht. Antiprotonen wurden hergestellt durch den Beschuss eines festen Targets mit Protonen. Wie groß muss die Proton-Strahlenergie mindestens sein, um den Prozess

$$p + N \rightarrow p + N + p + \bar{p}$$

zu erlauben? (N=Nukleon). Vergleichen Sie dies mit der tatsächlich verwendeten Protonenergie von 26 GeV (PS).

c) Berechnen Sie die Schwerpunktsenergie des CERN Sp(\bar{p})S Beschleunigers/Speicherrings im Proton Fixed-Target und im Proton-Antiproton-Kollisionsmodus (Strahlenergie ca. 300 GeV). Wie wichtig war der Umbau vom Beschleuniger zum Speicherring für die Entdeckung von W und Z?

d) Der PETRA e^+e^- -Speicherring am DESY hatte eine Schwerpunktsenergie von maximal 44 GeV bei einem Umfang von 2.3 km. Der LEP e^+e^- -Speicherring am CERN eine maximale Schwerpunktsenergie von 209 GeV bei einem Umfang von 27 km. Die Energieverluste (Bremsstrahlung) pro Umdrehung von Elektronen aufgrund von radialer Ablenkung im Magnetfeld sind proportional zu $(E_S/m)^4/R$, wobei E_S die Strahlenergie, m die Elektronmasse, und R der Radius des Rings ist. Vergleichen Sie die relative Stärke der Beschleunigungselemente in den beiden Ringen, unter der Annahme, dass das Verhältnis von Beschleunigungs- zu Ablenkelementen in beiden Ringen gleich ist.

e) Herr G. würde gerne einen e^+e^- -Collider mit einer Schwerpunktsenergie von 500 GeV - 1 TeV bauen. Wie groß müsste ein auf LEP-Technologie basierender Ring werden, um eine solche Schwerpunktsenergie zu erreichen? Vergleichen Sie dies mit der geplanten Länge des International Linear Colliders (ILC) (siehe Vorlesung). Welche Option ist realistischer?

f) Gibt es eine ähnliche Begrenzung auch für Proton-Speicherringe, wie z.B. den LHC? Wodurch könnte die Strahlenergie ansonsten limitiert sein? Berechnen Sie die Stärke des benötigten magnetischen Ablenkfeldes für den LHC (Siehe Aufgabe 18 b)).

20) Baryon-Multipletts (3 Punkte)

Beginnen Sie mit der Quark-Darstellung des Δ^{++} -Baryons. (Die Spin- und Farbfreiheitsgrade sollen hierbei nicht beachtet werden). Wenden Sie die Schiebeoperatoren

$$I^+ : u \rightarrow 0, d \rightarrow u, s \rightarrow 0$$

$$I^- : u \rightarrow d, d \rightarrow 0, s \rightarrow 0$$

$$U^+ : u \rightarrow 0, d \rightarrow 0, s \rightarrow d$$

$$U^- : u \rightarrow 0, d \rightarrow s, s \rightarrow 0$$

auf diesen Zustand an, und erzeugen Sie damit alle Zustände des Spin 3/2 Baryon-Dekupletts. Machen Sie sich jeweils Gedanken um die geeignete Normierung der Wellenfunktion.

21) Eigenschaften der $SU(3)_C$ -Generatoren (3 Punkte)

Man kann eine allgemeine $SU(3)$ -Transformation $G(x)$ in der Form

$$G(x) = e^{\lambda^a \alpha_a(x)}$$

schreiben, wobei die Summation über die acht Generatoren λ^a , $a = 1, \dots, 8$ impliziert ist. Die (festen) Matrizen λ^a stellen eine Basis dar, in der die 8 Komponenten $\alpha_a(x)$ die jeweilige $SU(3)$ -Transformation eindeutig charakterisieren. Bei der Farb- $SU(3)_C$, wenn $G(x)$ auf die drei-Farb-komponentige Wellenfunktion eines Quarks wirkt, sind die λ^a 3x3 komplexe Matrizen und entsprechen den 8 Gluonen. Die Eigenschaften der Matrizen λ^a lauten dann:

- (1) $\lambda_a^\dagger = \lambda_a$
- (2) $Sp(\lambda^a) = 0$
- (3) $Sp(\lambda^a \lambda^b) = 2\delta^{ab}$
- (4) $[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc} \lambda_c$
- (5) $\{\lambda^a, \lambda^b\} = \frac{4}{3}\delta^{ab} \mathbf{1} + 2id^{abc} \lambda_c.$

Machen Sie sich Gedanken über die "Metrik" des Farbraumes, und entsprechend über die (Un)Bedeutung der unteren und oberen Indizes.

Die Eigenschaften (1) bzw. (2) bedeuten, dass G unitär bzw. unimodular ist, während (4) bzw. (5) die Struktur der Lie-Algebra definieren, wobei die 512 reellen Zahlen f^{abc} und d^{abc} die Strukturkonstanten sind. Überzeugen Sie sich, dass die "Orthogonalitätsrelation" (3) erfüllt ist.

22) Bestimmung der Strukturkonstanten der $SU(3)_C$ (3 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe der Relationen (3),(4) die antisymmetrischen Strukturkonstanten f^{abc} der $SU(3)_C$ unter Benutzung der in der Vorlesung gewählten Darstellung der λ^a .