

# Einführung in die Teilchenphysik, SS 2016

## Übungsblatt 9

Frank Tackmann

Abgabe: Freitag, 01.07.2016, zu Beginn der Vorlesung

### 1) Links- und rechtshändige Spinore (5 Punkte)

Die  $P_{L,R}$  Projektionsoperatoren sind definiert durch

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \quad P_R = \frac{1 + \gamma_5}{2}, \quad P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2}. \quad (1)$$

und die links- und rechtshändigen Spinore sind definiert als

$$u_L(p) = P_L u(p), \quad u_R(p) = P_R u(p) \quad (2)$$

- (1 Punkt) Zeigen Sie, dass  $u_L(p)$  und  $u_R(p)$  Eigenvektoren von  $\gamma^5$  sind.
- (2 Punkte) Zeigen Sie, dass  $u_L(p)$  für sich selbst genommen die Diracgleichung (im Impulsraum)  $(\not{p} - mc)u_L(p) = 0$  nur dann erfüllt wenn  $m = 0$  ist.
- (2 Punkte) Der Helizitätsoperator für Dirac-Teilchen ist

$$H = \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \quad \text{mit} \quad \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

und  $\vec{\sigma} = (\sigma^1, \sigma^2, \sigma^3)$  sind die Pauli-Spinmatrizen (siehe Übung 5). Für ein Dirac-Teilchen mit  $m = 0$ , zeigen Sie dass  $u_R(p)$  und  $u_L(p)$  Helizitäts-Eigenzustände mit Eigenwerten  $\pm 1$  sind. Zeigen Sie, dass das gleiche nicht der Fall ist wenn  $m \neq 0$ .

(Das bedeutet das die Bezeichnung "linkshändig" and "rechtshändig" für die Spinoren streng genommen falsch ist, korrekter ist "linkschiral" und "rechtschiral".)

### 2) $\pi$ Zerfall (10 Punkte)

- Zeichnen Sie das zugrundeliegende Feynman-Diagramm und leiten Sie die Zerfallsrate für den Zerfall  $\pi^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$  (wobei das Lepton  $\ell^-$  entweder ein  $e^-$  oder  $\mu^-$  sein kann):

$$\hbar\Gamma(\pi^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell) = \frac{g_w^4 f_\pi^2 m_\pi^3}{256\pi m_W^4} \frac{m_\ell^2}{m_\pi^2} \left(1 - \frac{m_\ell^2}{m_\pi^2}\right)^2 \quad (4)$$

- Wie in der Vorlesung diskutiert, die "Kopplung" des  $W^-$  an das  $\pi^-$  ist gegeben durch  $(-ig_w/\sqrt{2})p_\pi^\mu f_\pi/2$ , wobei  $p_\pi^\mu$  der Pionimpuls ist und  $f_\pi$  ist die sogenannte "Pion-Zerfallskonstante".
- Für den  $W$  Propagator benutzen Sie die Näherung  $ig_{\mu\nu}/(m_W c)^2$ .
- Die Diracspur mit  $\gamma_5$  ist  $\text{tr}\{\gamma^\mu \not{p} \gamma^\nu \not{p} \gamma_5\} = 0$ .

- Berechnen Sie das Verhältnis der Zerfallsraten  $\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)/\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)$  und vergleichen Sie Ihre Vorhersage mit dem experimentell gemessenen Wert von  $(1.230 \pm 0.004) \times 10^{-4}$ .