

# Einführung in die Teilchenphysik, SS 2016

## Übungsblatt 4

Frank Tackmann

Abgabe: Freitag, 06.05.2016, zu Beginn der Vorlesung

### 1) Mandelstam-Variablen (2 Punkte)

Für die Zweikörperstreuung  $p_A + p_B = p_1 + p_2$  sind die Mandelstam-Variablen wie folgt definiert:

$$s = (p_A + p_B)^2, \quad t = (p_A - p_1)^2, \quad u = (p_A - p_2)^2. \quad (1)$$

Zeigen Sie, dass

$$s + t + u = (m_A^2 + m_B^2 + m_1^2 + m_2^2)c^2. \quad (2)$$

### 2) Lepton-Produktion in $e^+e^-$ Kollisionen (13 Punkte)

Betrachten Sie den Prozess  $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-$  unter Vernachlässigung der Elektronenmasse,  $m_e = 0$ , aber unter Berücksichtigung der Leptonenmasse im Endzustand,  $m_\ell \neq 0$ . Das relevante Matrixelement ist gegeben durch

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{2g_e^4}{s^2} \left[ (t - m_\ell^2 c^2)^2 + (u - m_\ell^2 c^2)^2 + 2s m_\ell^2 c^2 \right]. \quad (3)$$

a) (7 Punkte) Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  im Schwerpunktsystem der Kollision. Sie sollten das folgende Ergebnis finden:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (\hbar c)^2 \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{4E_{\text{cm}}^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\ell^2 c^4}{E_{\text{cm}}^2}} \left[ \left(1 + \frac{4m_\ell^2 c^4}{E_{\text{cm}}^2}\right) + \left(1 - \frac{4m_\ell^2 c^4}{E_{\text{cm}}^2}\right) \cos^2 \theta \right], \quad (4)$$

wobei  $\alpha_{\text{em}} = g_e^2/(4\pi)$ .

b) (3 Punkte) Der Beijing Elektron-Positron Collider (BEPCII) wird oft als charm- und tau-Fabrik bezeichnet. Er hat eine Schwerpunktsenergie von  $E_{\text{cm}} = 4.26 \text{ GeV}$  und Luminosität von  $7 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

Wie viele  $\mu^+\mu^-$  Paare und wie viele  $\tau^+\tau^-$  Paare produziert der Collider pro Sekunde? (Die Massen von  $\mu^\pm$  und  $\tau^\pm$  sind  $m_\mu = 105.7 \text{ MeV}/c^2$  und  $m_\tau = 1.777 \text{ GeV}/c^2$ .)

c) (3 Punkte) Wie viele  $c\bar{c}$  charm-Quark Paare und wie viele  $b\bar{b}$  bottom-Quark Paare produziert der Collider pro Sekunde? (Die charm- und bottom-Massen betragen  $m_c = 1.3 \text{ GeV}/c^2$  und  $m_b = 4.7 \text{ GeV}/c^2$ .)